Villamosmérnök alapszak Fizika2 Pót-pót nagy zárthelyi, 2019. május 21.	1.	2.	3.	4.	E1.	E2.	Mondat	Összes

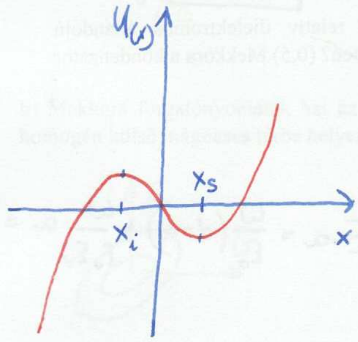
NÉV: ________________

Neptun kód: ________________

Előadó: Márkus / Sarkadi

1. Adott egy egydimenziós potenciáltér, mely az $U(x)=Ax^3-Bx$ függvénnyel írható le, ahol A és B pozitív konstans paraméterek.

a) Vázlatosan ábrázolja a potenciálfüggvényt! (0,5) Határozza meg annak a pontnak a koordinátáját, ahol egy pozitív q ponttöltés stabil egyensúlyi helyzetben képes nyugalomban maradni! (1)



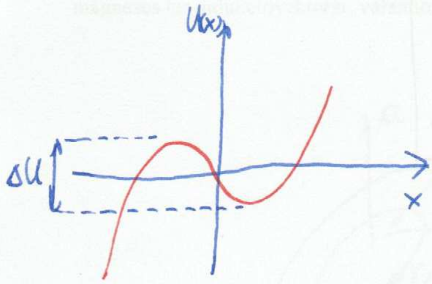
$U_{(x)} = Ax^3 - Bx$

Szélsőérték-keresés:

$$0 = \frac{dU}{dx} = 3Ax^2 - B \implies x = \pm\sqrt{\frac{B}{3A}}$$

$$\boxed{x_s = +\sqrt{\frac{B}{3A}}} \qquad x_i = -\sqrt{\frac{B}{3A}}$$

b) Mennyi energiát kell közölni a ponttöltéssel, ha azt akarjuk, hogy az a stabil egyensúlyi helyzet környezetében található „potenciálgödörből" negatív x irányban ki tudjon lépni? (1,5)



$$\Delta U = U_{(x_i)} - U_{(x_s)} =$$

$$\Delta U = Ax_i^3 - Bx_i - Ax_s^3 + Bx_s$$

mivel $x_i = -x_s$:

$$\Delta U = -Ax_s^3 + Bx_s - Ax_s^3 + Bx_s =$$

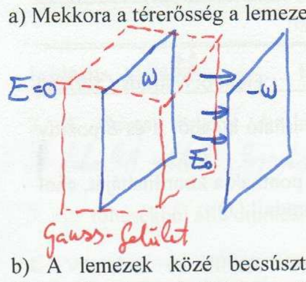
$$\Delta U = -2Ax_s^3 + 2Bx_s = 2x_s\left(B - Ax_s^2\right) = 2\cdot\sqrt{\frac{B}{3A}}\left(B - A\cdot\frac{B}{3A}\right) =$$

$$\Delta U = \frac{4B}{3}\sqrt{\frac{B}{3A}}$$

$$W = q\cdot\Delta U = \boxed{\frac{4Bq}{3}\sqrt{\frac{B}{3A}}}$$

2. Egy feltöltött síkkondenzátor lemezei A felületűek, a felületi töltéssűrűség nagysága ω. A lemezek távolsága d.

a) Mekkora a térerősség a lemezek között? (0,5)



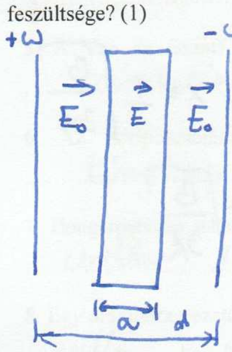
$$\oint E\,dA = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint E\,dA = E_0 \cdot A$$

$$\sum Q = \omega \cdot A \longrightarrow E_0 A = \frac{\omega A}{\varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{E_0 = \frac{\omega}{\varepsilon_0}}$$

b) A lemezek közé becsúsztatunk egy a vastagságú ($a<d$), ε_r relatív dielektromos állandójú dielektrikumlemezt. Mekkora a térerősség a dielektrikum lemez belsejében? (0,5) Mekkora a kondenzátor feszültsége? (1)



$$E = \frac{E_0}{\varepsilon_r} = \boxed{\frac{\omega}{\varepsilon_0 \varepsilon_r}}$$

$$U = -\int \vec{E}\,d\vec{r} = E_0 \cdot (d-a) + E \cdot a = \frac{\omega}{\varepsilon_0}(d-a) + \frac{\omega}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} a =$$

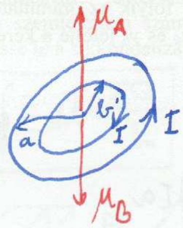
$$\boxed{U = \frac{\omega}{\varepsilon_0}\left(d-a+\frac{a}{\varepsilon_r}\right)}$$

c) Mekkora lesz a kondenzátor kapacitása a dielektrikum lemez elhelyezését követően?

$$C = \frac{Q}{U} = \frac{\omega A}{\frac{\omega}{\varepsilon_0}\left(d-a+\frac{a}{\varepsilon_r}\right)} = \boxed{\varepsilon_0 \frac{A}{d-a+\frac{a}{\varepsilon_r}}}$$

3. Egy szigetelő lapra két vezetékgyűrűt rögzítünk koncentrikusan. A nagyobbik gyűrű sugara a, a kisebbiké b. Mindkettőben I áram folyik, ám az áramok iránya ellentétes.

a) mekkora az elrendezés mágneses momentuma? (1)

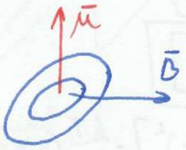


$$\mu_A = a^2\pi\cdot I$$

$$\mu_B = -b^2\pi I$$

$$\bar{\mu} = \bar{\mu}_A + \bar{\mu}_B \Rightarrow \boxed{\mu = I\pi(a^2-b^2)}$$

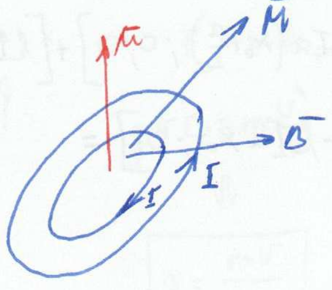
b) Mekkora forgatónyomaték hat az áramelrendezésre, ha a gyűrűk síkjával párhuzamos B indukciójú homogén külső mágneses térbe helyezzük a rendszert? (1)



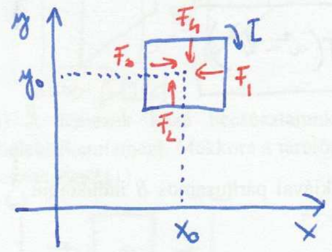
$$\bar{M} = \bar{\mu}\times\bar{B} \Rightarrow |\bar{M}| = \mu\cdot B = I\pi\cdot B(a^2-b^2)$$

$$\bar{\mu}\perp\bar{B} \Rightarrow$$

c) Rajzolja le az áramelrendezést, tüntesse fel az áramok irányát, a mágneses momentum vektort, a külső mágneses tér indukcióvektorát, valamint a forgatónyomaték-vektort! (1)



4. Egy xyz koordináta-rendszerben inhomogén z irányú mágnes teret hozunk létre. A tér indukcióvektorának nagysága egy adott pontban csak a pont x koordinátájától függ az alábbi összefüggés szerint: $B_z=kx$ ahol k egy pozitív konstans.
Az xy síkban elhelyezünk egy a oldalhosszúságú vezető keretet, melyben I áram folyik az óramutató járásával egyező irányban. A keret élei párhuzamosak a koordináta tengelyekkel, x_0 és y_0 jelölje a keret középpontjának koordinátáit.
a) Adja meg koordinátás alakban a vezető keret egyes éleire ható erők vektorát! (2)



$$\bar{B} \parallel \bar{z}$$

$$|\bar{F}_1| = B_{(x_0+\frac{a}{2})} I\cdot a = k\left(x_0+\frac{a}{2}\right) I a$$

$$\boxed{\bar{F}_1 = \left[-kIa\left(x_0+\frac{a}{2}\right);\ 0;\ 0\right]}$$

$$|\bar{F}_3| = B_{(x_0-\frac{a}{2})} I a = k\left(x_0-\frac{a}{2}\right) I a$$

$$\boxed{\bar{F}_3 = \left[kIa\left(x_0-\frac{a}{2}\right);\ 0;\ 0\right]}$$

$$|\bar{F}_2| = \int_{x_0-\frac{a}{2}}^{x_0+\frac{a}{2}} kx\cdot I\,dx = \frac{kI}{2}\left[x^2\right]_{x_0-\frac{a}{2}}^{x_0+\frac{a}{2}} = \frac{kI}{2}\left[\left(x_0+\frac{a}{2}\right)^2-\left(x_0-\frac{a}{2}\right)^2\right] = \frac{kI}{2}(2x_0a) = kIax_0$$

$$\boxed{\bar{F}_2 = \left[0;\ kIax_0;\ 0\right]} \qquad \boxed{\bar{F}_4 = \left[0;\ -kIax_0;\ 0\right]}$$

b) Mekkora a keretre ható eredő erő? (0,5) Mekkora az erők keret középpontjára vonatkoztatott forgatónyomatéka? (0,5)

$$\sum \bar{F} = \bar{F}_1+\bar{F}_2+\bar{F}_3+\bar{F}_4 = \left[-kIa\left(x_0+\frac{a}{2}\right);0;0\right]+\left[kIa\left(x_0-\frac{a}{2}\right);0;0\right]+$$

$$+\left[0;\ kIax_0;0\right]+\left[0;\ -kIax_0;\ 0\right] =$$

$$\boxed{= \left[-Ika^2;\ 0;\ 0\right]}$$

$$\bar{\mu} = I\bar{A} \Rightarrow \bar{\mu} \parallel -\bar{z} \Rightarrow \bar{\mu} \parallel \bar{B}$$

$$\downarrow$$

$$\bar{M} = \bar{\mu}\times\bar{B} \longrightarrow \boxed{\bar{M}=0}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika2 pót-pót nagy zárthelyi, 2019. május 21.

Kifejtendő kérdések

1. Írja fel az elektrosztatika Gauss törvényét (0,5), és alkalmazásával mutassa meg, milyen kapcsolat van egy síkkondenzátor lemezein található töltéssűrűség, valamint a lemezek közti térerősség között! Készítsen ábrát, mely szemlélteti a számolás során alkalmazott Gauss-felületet! (1) Definiálja a kapacitás fogalmát, (0,5) és vezesse le a síkkondenzátor geometriai paraméterei és kapacitása közötti összefüggést! (1)

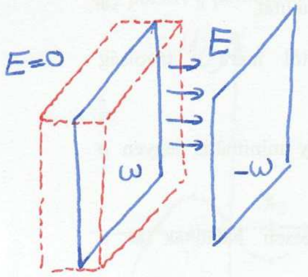
$$\boxed{\oint \bar{E}\,d\bar{A} = \frac{\sum Q}{\varepsilon_0}}$$

Gauss-felület: hasáb $\oint \bar{E}\,d\bar{A}$

$$\int \bar{E}\,d\bar{A} + \int \bar{E}\,d\bar{A} + \int \bar{E}\,d\bar{A}$$

Alap1 ($E=0$), Alap2, Palást ($\bar{E} \perp d\bar{A}$)

$$\oint \bar{E}\,d\bar{A} = 0 + E\cdot A + 0 = E\cdot A$$



Gauss-felület

Bezárt töltés: $Q = \omega\cdot A$

E homogén

Feszültség: $U = \int \bar{E}\,d\bar{l} = E\cdot d$

$$E\cdot A = \frac{\omega A}{\varepsilon_0} \quad \Downarrow \quad \boxed{E = \frac{\omega}{\varepsilon_0}}$$

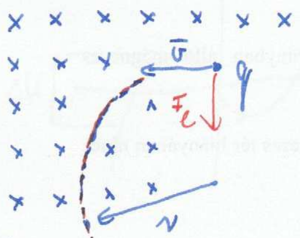
$$\boxed{C = \frac{Q}{U}} \qquad C = \frac{\omega A}{\frac{\omega}{\varepsilon_0}\cdot d} = \boxed{\varepsilon_0 \frac{A}{d}}$$

2. Írja fel a mágneses térben mozgó ponttöltésre ható Lorentz-erő vektorát megadó összefüggést! (0,5) A dinamika alapegyenletéből kiindulva vezesse le, mekkora sugarú körpályán mozog egy olyan töltött részecske, melynek kezdeti sebessége merőleges a homogén mágneses tér indukcióvonalaira! (1,5) Nevezze meg (0,5), és vázlatosan rajzolja le, milyen pályán mozog egy töltött részecske homogén mágneses térben, ha a kezdeti sebesség nem merőleges a mágneses indukció vektorra! Az ábrán tüntesse fel az indukcióvektort is! (0,5)

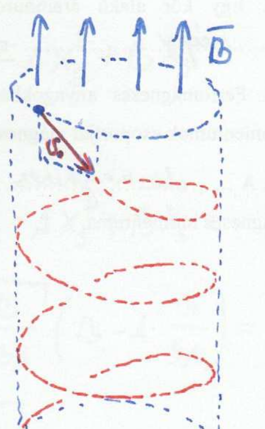
$$\bar{F}_L = q(\bar{v}\times\bar{B})$$

$$\sum \bar{F} = m\bar{a} \quad \Downarrow \quad F_L = m a_{cp}$$

$$q v B = m\frac{v^2}{r} \quad \Downarrow \quad \boxed{r = \frac{mv}{qB}}$$



Ha $\bar{B} \not\perp \bar{v}$



Pálya: csavarvonal

Villamosmérnök alapszak Fizika2 pót-pót nagy zárthelyi, 2019. május 21.

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Ideális ...vezető............ belsejében az elektrosztatikus tér mindig zérus

2. A Gauss törvény értelmében az elektromos tér zárt felületre vett integrálja egyenlő a ....felület által bezárt......................... töltés $1/\varepsilon_0$-szorosával.

3. Egy töltésekből álló dipólusnak a p vektora a ..pozitív........ töltés irányába mutat.

4. Végtelen vonaltöltés terében az elektromos térerősség a vonaltöltéstől mért r távolság ....−1.............. hatványával arányos. $E_{(r)} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{r}$

5. A Van de Graaff generátor töltéstároló gömbje azért sima felületű, hogy minimális legyen a ....csúcshatás................ miatt bekövetkező elektromos kisülés.

6. Az ekvipotenciális felületeken mindig a felület érintősíkjára merőlegesen haladnak át a ....térerősség vonalak..................

7. Hengerpalástra tekert rugalmas vezetékben (csavarrugóban) egyenáramot folyatunk. A rugó hossza .....csökken......... a nyugalmi állapotához képest.

8. Egy áramjárta vezető adott elemi szakasza által keltett mágneses indukció járulék egy adott P pontban ...nulla......., ha a P pont az elemi vezető szakaszra fektetett egyenesen található.

9. A differenciális Ohm-törvény kapcsolatot teremt az $\boldsymbol{E}$ elektromos térerősség vektor és a(z) ..áramsűrűség...... között a következő formula szerint:... $\vec{J} = \sigma \cdot \vec{E}$ ....

10. Egy kör alakú áramhurok sugarát kétszeresére növeljük. A hurok mágneses momentuma ....négy.................. -szeresére nő.

11. Ferromágneses anyagokban a zárt térfogatban elhelyezkedő, azonos irányban álló mágneses momentumok csoportját mágneses .....doménnek................. nevezzük.

12. A ......diamágneses.................... anyagok atomjainak külső mágneses tér hiányában nincs mágneses momentuma.