Tömegkiszolgálás pót zárthelyi

2019. április 3.

Fontos! Minden megoldáshoz részletes indoklást kérünk. Minden előadáson elhangzott, vagy a jegyzetben megtalálható állítás felhasználható megfelelő hivatkozással.

---

1. feladat. *Definiálja az $\{X_n\}$ valószínűségi változó sorozatot a következő rekurzió:* $X_n = X_{n-1} + Y_n \pmod 3$, *ahol az $\{Y_n\}$ független valószínűségi változók sorozata és minden n-re* $P(Y_n = 0) = \frac{1}{2}$, $P(Y_n = 1) = \frac{1}{6}$, $P(Y_n = 2) = \frac{1}{3}$. *Markov-láncot alkot-e az $\{X_n\}$ sorozat? Miért? Ha igen, írja fel az átmenetvalószínűség-mátrixát! Ha nem, hogyan lehetne módosítani, hogy Markov-láncot alkosson?*
12 pont

2. feladat. *Tekintsük a*

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{3} & 0 & 0 & \frac{2}{3} \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

átmenetvalószínûség-mátrixszal adott Markov-láncot. Mennyi a $\mathbf{P}(X_6 = 1 | X_4 = 2)$?
4pont

3. feladat. *A p paraméterek milyen értékei esetén lesz stabil a következő átmenetvalószínûség-mátrixszal adott Markov-lánc?*

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & p & 1-p & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{2} & 0 & 0 & \frac{1}{2} \\ 0 & 1-p & 0 & p \end{pmatrix}$$

Ha $p = \frac{1}{3}$. Mi lesz ekkor a határeloszlás?
10 pont

4. feladat. *Mikor nevezünk egy sztochasztikus folyamatot stacionáriusnak? Mit jelent ez Markov-láncok esetén?*
12 pont

5. feladat. *Mikor aperiodikus egy állapot? Mikor aperiodikus egy Markov lánc?*
12 pont