

Vizsgadolgozat
a koronavírus-járvány idején szervezett számonkéréshez

Tudnivalók: A dolgozatra kérjük jól olvashatóan felírni a következő adatokat: név, Neptun-kód.

A munkaidő 45 perc (+15 perc a megoldások feltöltésére). A számszerű megoldásokat 4 értékes jegyre kerekítjük. A teljes pontszám eléréséhez a megoldás menete is szükséges, beleértve az egyes lépéseknél felhasznált tulajdonságok és tételek jelzését.

1. Egy szigeten háromféle sárkány él: 1-es, 2-es és 3-as típusú. Mindhárom típusnak az elsődleges feje mellett lehetnek további fejei. Az extra fejek száma az i -edik típus esetén $\text{Pois}(i)$ eloszlású ($i = 1, 2, 3$).
 - (a) Mi a valószínűsége, hogy az első sárkány akivel találkozunk egyfejű, ha $\frac{i}{6}$ valószínűséggel találkozunk i -edik típusú sárkánnyal?
 - (b) Néhány millió évvel később a sárkányfajok keveredése miatt már nincs három elkülöníthető faj: egy taláalomra választott egyed extra fejeinek száma $\text{Pois}(u)$ eloszlású, ahol u egyenletesen véletlenszerű az $[1; 3]$ intervallumban. Mi a valószínűsége, hogy egy taláalomra választott sárkány egyfejű?

2. Legyen az (X, Y) folytonos valószínűségi változó együttes eloszlásfüggvénye

$$F_{X,Y}(x, y) = \frac{xy^3 + x^2y}{10}$$

ha $0 < x < 1$ és $0 < y < 2$, továbbá tudjuk, hogy X értékészlete a $[0; 1]$, míg Y értékészlete a $[0; 2]$ intervallum. Adjuk meg az $E(XY | X)$ regressziót.

- 3.* Veszünk 20 zacskó ropit, és azt látjuk, hogy a zacskók átlagos tömege M gramm. Egy zacskóban lévő ropik össztömege normális eloszlással közelíthető, μ várható értékkel és $\frac{1}{2}$ szórással, grammban számolva. Az egyes zacskók tömegei együttesen függetlenek. Mekkora az x -et ahhoz, hogy 98% valószínűséggel μ az $[M - x; M + x]$ intervallumba essen?