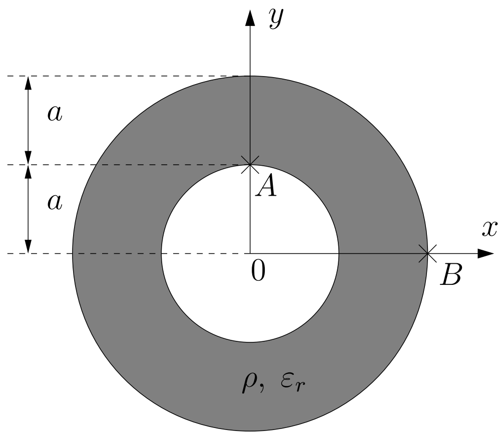
| | | |
|---|---|---|
| Név: **JAVÍTÓ** | Nagypélda: | **JEGY** |
| NEPTUN: | Kispéldák: | |
| Aláírás: | Összpont: | |
| Gyakorlatvezető: Gyakorlat napja: | | |

# Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

**Nagypélda** – $\Sigma$ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)




Egy levegőben álló, $a = 5\,\mathrm{cm}$ belső sugarú, $2a = 10\,\mathrm{cm}$ külső sugarú, $\varepsilon_r = 4{,}5$ relatív dielektromos állandójú szigetelő gömbhéj egyenletesen töltött $\rho = 5\,\mu\mathrm{C/m^3}$ térfogati töltéssűrűséggel.

**a.** Mekkora a $w_e$ elektromos energiasűrűség a gömbhéj középpontjától $d = 6a$ távolságban? *(3 pont)*

$$Q = \frac{4\pi}{3}\left((2a)^3 - a^3\right)\rho = 1{,}833 \cdot 10^{-8}\,\mathrm{C} \quad (1\text{ p.})$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}\right)^2 = 1{,}483 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{J/m^3} \quad (2\text{ p.})$$

**b.** Határozza meg a **D** elektromos eltolás vektorát a $B$ pontban! *(2 pont)*

$$\mathbf{D} = \frac{Q}{4\pi(2a)^2}\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_x\, 1{,}458 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C/m^2} \quad (2\text{ p.})$$

**c.** Határozza meg az $A$ és $B$ pontok közötti $U_{AB}$ feszültséget! *(5 pont)*

$$E(r) = \frac{Q(r)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \frac{\rho\frac{4\pi}{3}(r^3 - a^3)}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(r - \frac{a^3}{r^2}\right) \quad (3\text{ p.})$$

$$U = \int_a^{2a} E(r)\,\mathrm{d}r = \frac{\rho a^2}{3\varepsilon_0\varepsilon_r} = 104{,}6\,\mathrm{V} \quad (2\text{ p.})$$

**Kispéldák** – $\Sigma$ **10 pont** (*A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!*)

**1.** Levegőben egy $q_1 = 80\,\mathrm{nC/m}$ és egy $q_2 = -30\,\mathrm{nC/m}$ vonalmenti töltéssűrűségű, végtelen hosszú, egyenes vonaltöltés egymással párhuzamos, távolságuk $d = 1{,}4\,\mathrm{m}$. Mekkora az egyik vonaltöltés $l = 1\,\mathrm{m}$ hosszú szakaszára ható elektrosztatikus vonzóerő?

$$F = \frac{q_1 q_2 l}{2\pi\varepsilon_0 d} = 3{,}082 \cdot 10^{-5}\,\mathrm{N}$$

**2.** Két elektródából és a földből álló rendszerben az elektródák közötti főkapacitás $C_{12} = 5\,\mathrm{nF}$, az egyes elektródák földkapacitásai $C_{10} = 600\,\mathrm{pF}$ ill. $C_{20} = 110\,\mathrm{pF}$. Írja fel a $\mathbf{c}$ kapacitás-együttható mátrixot!

$$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} 5{,}6 & -5 \\ -5 & 5{,}11 \end{bmatrix} \mathrm{nF}$$

**3.** Egy $C = 80\,\mathrm{pF}$ kapacitású síkkondenzátor ideális dielektrikuma a lemezek közötti teret teljesen kitölti, relatív dielektromos állandója $\varepsilon_r = 2{,}3$. Adja meg a lemezek közötti $R$ ellenállást, ha a dielektrikumot $\sigma = 15\,\mathrm{S/m}$ fajlagos vezetőképességű közegre cseréljük!

$$R = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{\sigma C} = 16{,}97\,\mathrm{m\Omega}$$

**4.** Vákuumban a $z = 0$ síkban $\mathbf{K} = 5\mathbf{e}_x$ A/m áramsűrűségű felületi áram folyik. A mágneses térerősség homogén a $z < 0$ és a $z > 0$ félterekben. Tudjuk, hogy a $z < 0$ féltérben $\mathbf{H}^- = (3\mathbf{e}_y + 7\mathbf{e}_z)$ A/m. Adja meg a $z > 0$ féltérben érvényes $\mathbf{H}^+$ vektort!

$$\mathbf{H}^+ = (-2\mathbf{e}_y + 7\mathbf{e}_z)\ \mathrm{A/m}$$

**5.** A $P$ pontban és annak környezetében a mágneses indukció $\mathbf{B}(x) = B_0 \frac{x}{a}\mathbf{e}_y$, ahol $B_0$ és $a$ állandók. Adjon meg itt egy lehetséges $\mathbf{A}$ vektorpotenciált, amelyre teljesül, hogy $A_x = A_y = 0$!

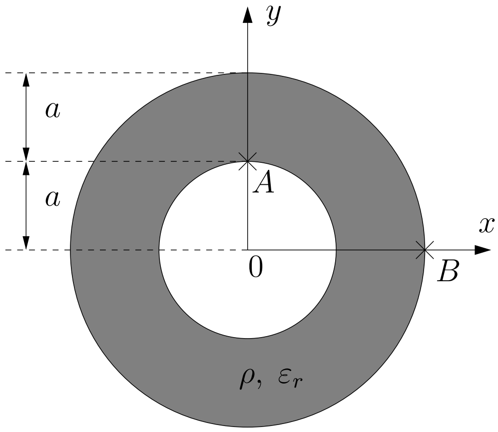
$$\mathbf{A} = -B_0 \frac{x^2}{2a}\mathbf{e}_z$$

| Pontszám | Osztályzat |
|---|---|
| 0 - 9 | elégtelen (1) |
| 10 - 13 | elégséges (2) |
| 14 - 15 | közepes (3) |
| 16 - 17 | jó (4) |
| 18 - 20 | jeles (5) |

| | | |
|---|---|---|
| Név: **JAVÍTÓ** | Nagypélda: | **JEGY** |
| NEPTUN: | Kispéldák: | |
| Aláírás: | Összpont: | |
| Gyakorlatvezető: Gyakorlat napja: | | |

# Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

**Nagypélda** – $\Sigma$ **10 pont** (*A megoldást külön lapra kérjük!*)




Egy levegőben álló, $a = 6\,\mathrm{cm}$ belső sugarú, $2a = 12\,\mathrm{cm}$ külső sugarú, $\varepsilon_r = 3{,}8$ relatív dielektromos állandójú igen hosszú szigetelő hengerhéj egyenletesen töltött $\rho = 4\,\mu\mathrm{C/m^3}$ térfogati töltéssűrűséggel.

**a.** Mekkora a $w_e$ elektromos energiasűrűség a hengerhéj tengelyétől $d = 8a$ távolságban? *(3 pont)*

$$q = \left((2a)^2 - a^2\right)\pi\rho = 1{,}357 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C/m} \quad (1\text{ p.})$$

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0\left(\frac{q}{2\pi\varepsilon_0 d}\right)^2 = 1{,}144 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{J/m^3} \quad (2\text{ p.})$$

**b.** Határozza meg a $\mathbf{D}$ elektromos eltolás <u>vektorát</u> a $B$ pontban! *(2 pont)*

$$\mathbf{D} = \frac{q}{2\pi(2a)}\mathbf{e}_x = \mathbf{e}_x\,1{,}800 \cdot 10^{-7}\,\mathrm{C/m^2} \quad (2\text{ p.})$$

**c.** Határozza meg az $A$ és $B$ pontok közötti $U_{AB}$ feszültséget! *(5 pont)*

$$E(r) = \frac{q(r)}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} = \frac{(r^2 - a^2)\,\pi\rho}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r} = \frac{\rho}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}(r - \frac{a^2}{r}) \quad (3\text{ p.})$$

$$U = \int_a^{2a} E(r)\mathrm{d}r = \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0\varepsilon_r}\left(\frac{3}{2} - \ln 2\right) = 172{,}7\,\mathrm{V} \quad (2\text{ p.})$$

**Kispéldák** – $\Sigma$ **10 pont** (*A jó megoldás 2 pontot ér. Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!*)

**1.** Három ponttöltés egy egyenes mentén helyezkedik el levegőben ($Q$, $2Q$ és $-3Q$ sorrendben), a szomszédos ponttöltések távolsága $d = 3\,\mathrm{m}$. Adja meg a középső töltésre ható erő nagyságát, ha $Q = 5\,\mu\mathrm{C}$!

$$F = \frac{2Q^2 + 6Q^2}{4\pi\varepsilon_0 d^2} = 0{,}200\,\mathrm{N}$$

**2.** Két elektródából és a földből álló rendszerben az elektródák közötti főkapacitás $C_{12} = 7\,\mathrm{nF}$, az egyes elektródák földkapacitásai egyenlőek: $C_{10} = C_{20} = 900\,\mathrm{pF}$. Adja meg az elektródák közötti feszültség nagyságát, ha az elektródák töltése rendre $Q_1 = 10\,\mathrm{nC}$ és $Q_2 = -2\,\mathrm{nC}$!

$$U = 0{,}8054\,\mathrm{V}$$

**3.** Egy koaxiális kábel hosszegységre eső kapacitása $C' = 30\,\mathrm{pF/m}$, a kábel ideális szigetelésének relatív dielektromos állandója $\varepsilon_r = 4{,}5$. Adja meg a kábel $l = 1\,\mathrm{m}$ hosszú szakaszának szivárgási ellenállását, ha a szigetelést $\sigma = 25\,\mathrm{S/m}$ fajlagos vezetőképességű anyagra cseréljük!

$$R = \frac{\varepsilon_0\varepsilon_r}{l\sigma C} = 53{,}12\,\mathrm{m\Omega}$$

**4.** Vákuumban a $z = 0$ síkban $\mathbf{K} = 2\mathbf{e}_y$ A/m áramsűrűségű felületi áram folyik. A mágneses térerősség homogén a $z < 0$ és a $z > 0$ félterekben. Tudjuk, hogy a $z < 0$ féltérben $\mathbf{H}^- = (4\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_z)$ A/m. Adja meg a $z > 0$ féltérben érvényes $\mathbf{H}^+$ vektort!

$$\mathbf{H}^+ = (6\mathbf{e}_x - 5\mathbf{e}_z)\ \mathrm{A/m}$$

**5.** A $P$ pontban és annak környezetében a mágneses indukció $\mathbf{B}(y) = B_0 \frac{y}{b}\mathbf{e}_z$, ahol $B_0$ és $b$ állandók. Adjon meg itt egy lehetséges $\mathbf{A}$ vektorpotenciált, amelyre teljesül, hogy $A_y = A_z = 0$!

$$\mathbf{A} = -B_0 \frac{y^2}{2b}\mathbf{e}_x$$

| Pontszám | Osztályzat |
|---|---|
| 0 - 9 | elégtelen (1) |
| 10 - 13 | elégséges (2) |
| 14 - 15 | közepes (3) |
| 16 - 17 | jó (4) |
| 18 - 20 | jeles (5) |