A3 Vizsga 4

1. A divergencia koordináta mentes definíciója segítségével határozzuk meg a v függvény divergenciáját az x_0 pontban, ahol $v = v(x, y, z) = (xy, y^2 z, x)$, $x_0 = (0, 0, 0)$. (A koordinátás értelmezés csak ellenőrzésül fogadható el.)

2. Legyen $v = v(x, y, z) = (x + y^2, xz, y)$ függvény az $F = (r\cos\varphi, r\sin\varphi, (1-r^2)^{\frac{1}{2}})$, $0 \le \varphi \le 2\pi$, $0 \le r \le 1$ felületen, ahol F normálisa fölfelé mutat.
(a) Számoljuk ki rot$v$-t!
(b) Számítsuk ki az alábbi integrált:

$$\int_F \operatorname{rot} v$$

3. A görbe pozitív irányítása mellett számítsuk ki az alábbi integrált!

$$\int_{|z|=2} \frac{\sinh z - \sin z}{z^4(z-1)} dz$$

4. Hol reguláris az alábbi függvény?

$$f(z) = |x^2 - y^2| + 2|xy|i$$

$(z = x + iy)$

5. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet!

$$xy' - (1 + x)y = x^2 - x^3$$

6. Oldjuk meg az alábbi differenciálegyenletet!

$$x^2 y'' + 2xy' - 2y = 1 + x^2$$

100 perc, (15) + (15) + (20) + (15) + (15) + (20) pont.