Alkalmazott mesterséges intelligencia (AMI)

http://www.mit.bme.hu/oktatas/targyak/vimibb01

10. ea. (2023 ősz)

Optimalizálás (tanítás) gradiensmódszerrel

Gyakorlás!

Előadó: Pataki Béla

a fóliák
Dobrowiecki Tadeusz és
Hullám Gábor anyagainak
felhasználásával készültek

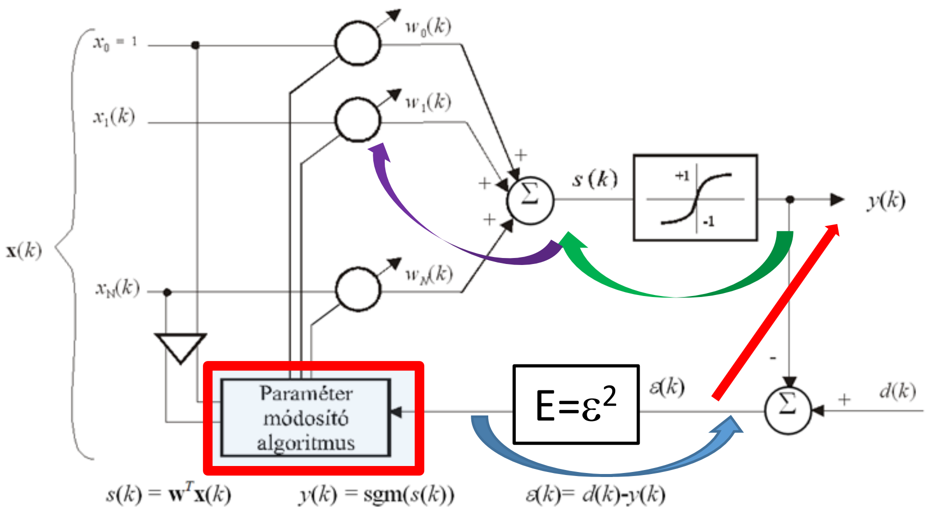
https://www.esrcheck.com/2023/06/05/artificial-intelligence-ai-experts-sign-statement-on-ai-risk/

BME I.E. 414, 463-26-79

pataki@mit.bme.hu,

http://www.mit.bme.hu/general/staff/pataki

Egyetlen nemlineáris – szigmoid – neuron tanítása gradiensmódszerrel:



$$\mathbf{w} \leftarrow \mathbf{w} - \alpha \frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} \quad \text{ahol}$$

$$\mathbf{w} = \mathbf{w} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}}$$ kifejtve a gradienst (láncszabály!) $$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \frac{dE}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dy} \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial \mathbf{w}}$$

$$E = \varepsilon^2 = (d - y)^2 \qquad \varepsilon = d - y \qquad y = f(s) = szigm(s) \qquad s = \mathbf{w}^T\mathbf{x}$$

$$\frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \frac{dE}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dy} \cdot \frac{dy}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial \mathbf{w}} = \frac{dE}{d\varepsilon} \cdot \frac{d\varepsilon}{dy} \cdot \frac{d\, szigm(s)}{ds} \cdot \frac{\partial s}{\partial \mathbf{w}}$$

$$2\varepsilon \qquad -1 \qquad (1-y)\cdot y \qquad \mathbf{x}$$

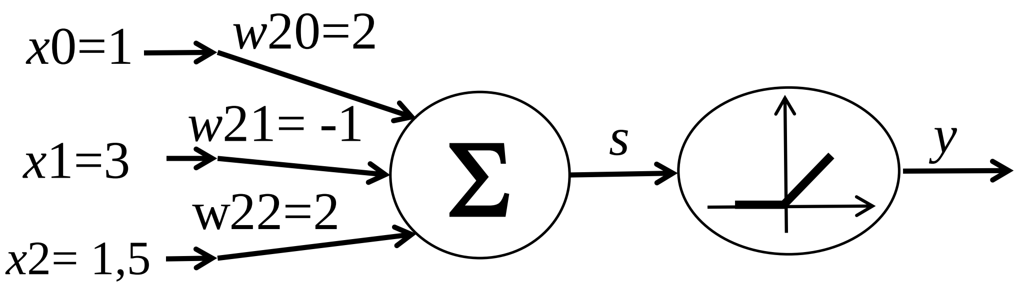
$$\mathbf{w}_{új} = \mathbf{w}_{régi} - \alpha \cdot \frac{\partial E}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{w}_{régi} - 2 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot (-1) \cdot (1-y) \cdot y \cdot \mathbf{x}$$
$$= \mathbf{w}_{régi} + 2 \cdot \alpha \cdot \varepsilon \cdot (1-y) \cdot y \cdot \mathbf{x}$$

Ha másféle nemlinearitást használunk? A láncszabály „marad”, de a szigmoid deriváltjának helyére az új nemlinearitás deriváltja kerül!

$$\mathbf{w}_{\text{új}} = \mathbf{w}_{\text{régi}} - \alpha \cdot \frac{\partial \mathrm{E}}{\partial \mathbf{w}} = \mathbf{w}_{\text{régi}} - \alpha \cdot 2 \cdot \varepsilon \cdot (-1) \cdot (1 - y) \cdot y \cdot \mathbf{x}$$

Ez volt a szigmoid deriváltja, ezt kell lecserélni az újra!

Például cseréljük le ReLU-ra!

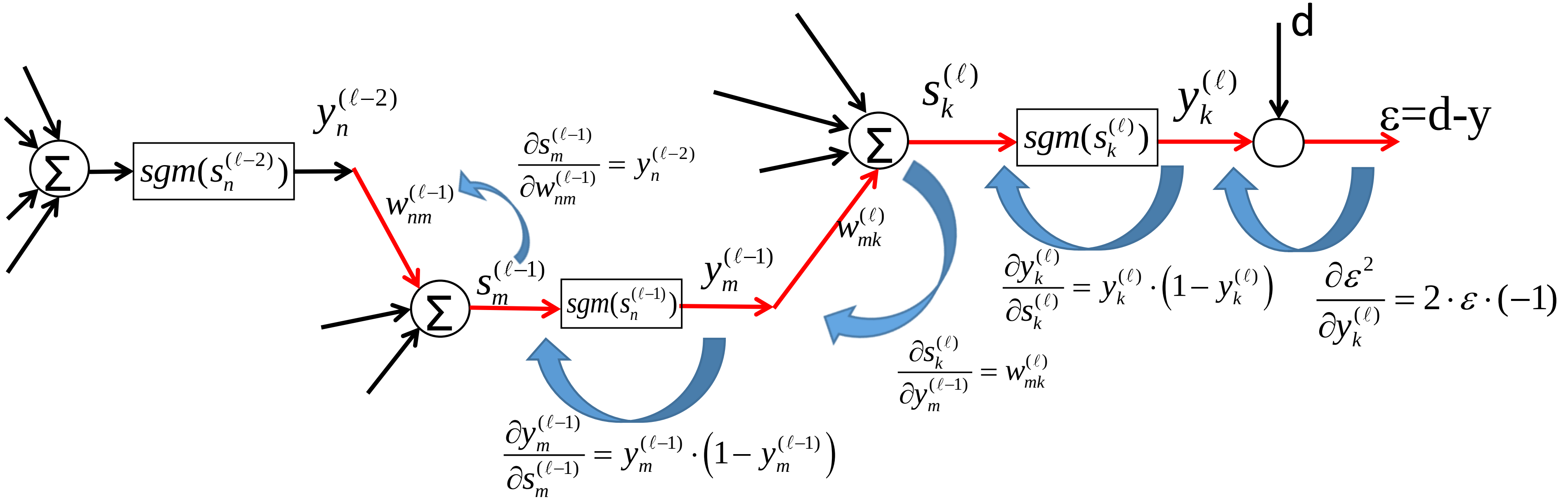


Legyen erre a tanítóminta-bemenetre a kívánt válasz *d*= +1. Ha *w*21-et gradiensmódszerrel tanítjuk, akkor mekkora lesz a tanításnál használt gradiens?

Tanítás: hibavisszaterjesztés (backpropagation) algoritmus

A deriválás láncszabálya:

$$\frac{\partial \varepsilon^2}{\partial w_{nm}^{(\ell-1)}} = \frac{\partial \varepsilon^2}{\partial y_k^{(\ell)}} \cdot \frac{\partial y_k^{(\ell)}}{\partial s_k^{(\ell)}} \cdot \frac{\partial s_k^{(\ell)}}{\partial y_n^{(\ell-1)}} \cdot \frac{\partial y_n^{(\ell-1)}}{\partial s_n^{(\ell-1)}} \cdot \frac{\partial s_n^{(\ell-1)}}{\partial w_{nm}^{(\ell-1)}}$$



$$E = \varepsilon^2 = \left(d - y_k^{(\ell)}\right)^2$$

$$y_n^{(\ell-1)} = sigmoid\left(s_n^{(\ell-1)}\right)$$

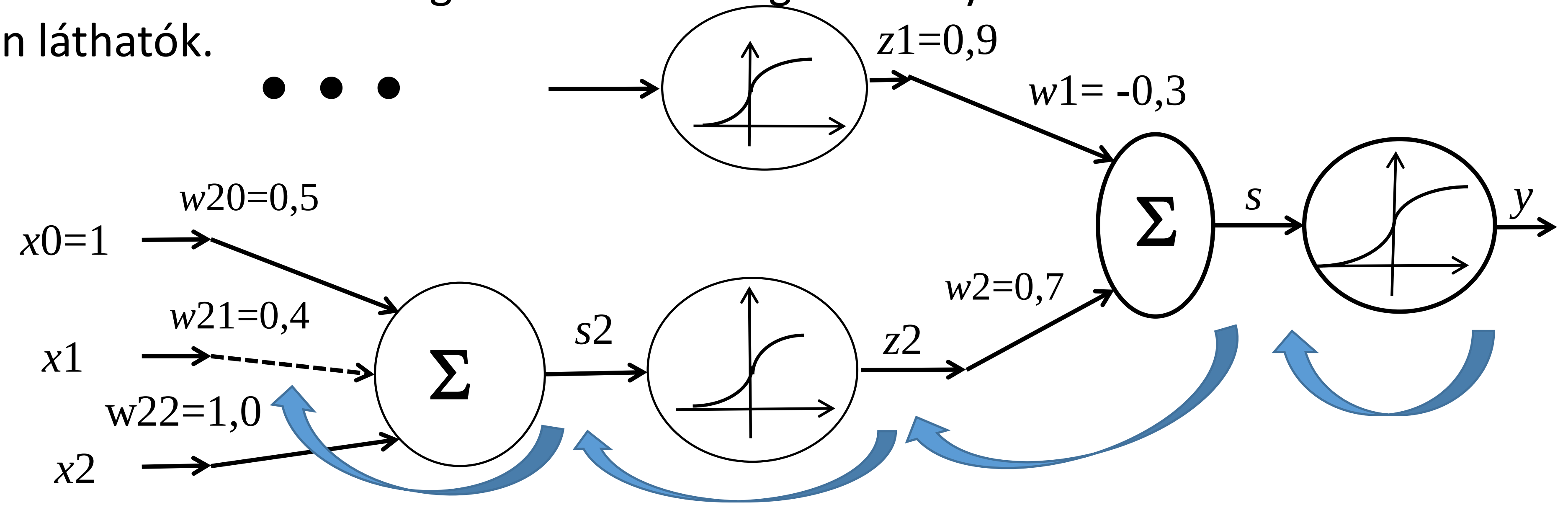
$$y_k^{(\ell)} = sigmoid\left(s_k^{(\ell)}\right)$$

$$s_n^{(\ell-1)} = w_{0n}^{(\ell-1)} \cdot 1 + w_{1n}^{(\ell-1)} y_1^{(\ell-2)} + \ldots + w_{nm}^{(\ell-1)} y_n^{(\ell-2)} + \ldots.$$

$$s_k^{(\ell)} = w_{0k}^{(\ell)} \cdot 1 + w_{1k}^{(\ell)} y_1^{(\ell-1)} + \ldots + w_{mk}^{(\ell)} y_m^{(\ell-1)} + \ldots. + w_{Mk}^{(\ell)} y_m^{(\ell-1)}$$

A pótzh 2. feladata: tanítsuk *w*21-et gradiensmódszerrel

Neurális hálózatunk három – szigmoid nemlinearitással felépített – neuronból áll. Tanításra a hibavisszaterjesztés (BP) *gradiens módszer*t használjuk, a kimeneti négyzetes hibára optimalizálva. A következő lépésben az *x*1= -0,5; *x*2= +0,5 mintával tanítunk, amelyhez tartozó kívánt válasz +0.1. Az eddigi tanítási lépések során kialakult – a megoldáshoz szükséges – súlyok és az adott bementre előálló értékek az ábrán láthatók.



Mi lesz a *w*21 súly (az ábrán szaggatott vonallal jelölve) új értéke a tanítási lépés után, ha a tanítási faktor (bátorsági faktor) értéke 0,5?

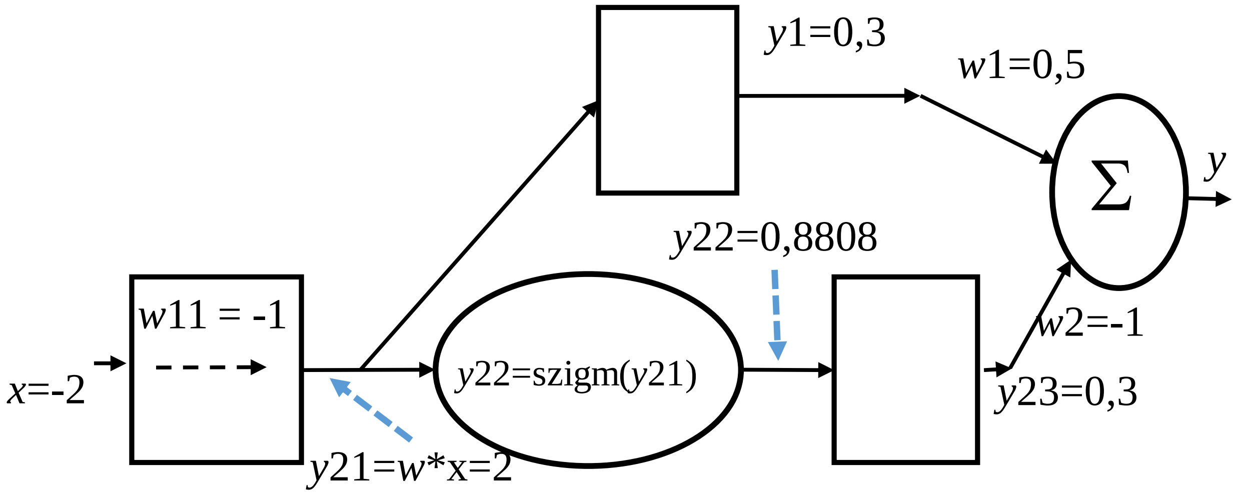
Fel kell írni a megoldást paraméteresen is [w20új=f(w20, z y, s, …) – mint ahogy az F=ma Newton törvényt felírjuk betűkkel], és a számítás is szükséges! A puszta végeredmény 0 pontot ér!

<u>Segítség</u>: az adott minta előreterjesztése során ennél a mintánál a következő értékek alakultak ki:

$s2 = w20 \cdot x0 + w21 \cdot x1 + w22 \cdot x2 = 0{,}8$; $z2 = \frac{1}{1+e^{-s2}} = 0{,}69$; $s = w1 \cdot z1 + w2 \cdot z2 = 0{,}213$

$y = \frac{1}{1+e^{-s}} = 0{,}5530$; *továbbá szigmoid nemlinearitásra:* $K = \frac{1}{1+e^{-L}} \rightarrow \frac{dK}{dL} = K \cdot (1-K)$

Mekkora lesz w11 új értéke a gradiensmódszerrel történő tanítás után, ha a tanítómintánk x=-2, d=0, és a tanítási (bátorsági) faktor 0,1?



$$\frac{dy1}{dy21} = -2$$

$$\frac{dy23}{dy22} = +0{,}5$$