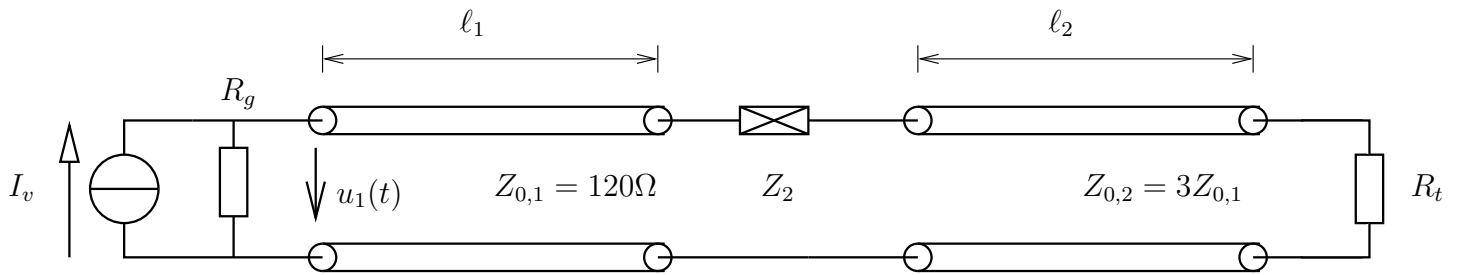


Megoldókulcs - A. csoport - Nagypélda



Az ábrán látható hálózatban a távvezetékek ideálisak és légszigetelésűek. Az első távvezeték bemenetére $I_v = 8$ A komplex csúcértékű $f = 1,2$ MHz frekvenciájú szinuszos áramgenerátor kapcsolódik. A generátor belső ellenállása $R_g = 25\Omega$. A távvezetékek paraméterei : $\ell_1 = 2,5\lambda_g/3$, $\ell_2 = 4\lambda_g/3$, $Z_{0,1} = 120\Omega$, $Z_{0,2} = 3Z_{0,1}$, ahol λ_g a távvezetéken mérhető hullámhosszat jelenti.

További paraméterek : $Z_2 = (30 + j30)\Omega$, $R_t = 360\Omega$, .

- Adja meg a távvezetékek hosszát méterben kifejezve! (3 pont)
- Számítsa ki az $u_1(t)$ időfüggvényt! (5 pont)
- Határozza meg a generátor R_g ellenállásán hővé váló teljesítményt! (2 pont)

a.

$$\lambda_g = \frac{c}{f} = \frac{3 \cdot 10^8 \text{ m/s}}{1,2 \cdot 10^6 \text{ s}^{-1}} = 250 \text{ m}$$

$$\ell_1 = 208,33 \text{ m}, \quad \ell_2 = 333,33 \text{ m}$$

b.

$$R_t = Z_{0,2} \text{ ezért } Z_{be,2} = Z_{0,2} = 360 \Omega$$

$$Z_{t,1} = Z_{be,2} + Z_2 = (390 + j30)\Omega$$

$$Y_{be,1} = \frac{1}{Z_{0,1}} \frac{Z_{0,1} + jZ_{t,1}\text{tg}(\beta\ell_1)}{Z_{t,1} + jZ_{0,1}\text{tg}(\beta\ell_1)}$$

$$\beta\ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda_g} \frac{2,5\lambda_g}{3} = \frac{5\pi}{3}; \quad \text{tg}(\beta\ell_1) = -\sqrt{3}$$

$$Y_{be,1} = \frac{1}{120} \frac{120 - j\sqrt{3}(390 + j30)}{390 + j30 - j\sqrt{3} \cdot 120} = (0,0085 - j0,0106)\text{S}$$

$$Z_{be,1} = \frac{1}{Y_{be,1}} = (46,23 + j57,51)\Omega$$

$$\bar{U}_1 = \bar{I}_v \cdot (R_g \times Z_{be,1}) = \frac{\bar{I}_v}{Y_{be,1} + \frac{1}{R_g}} = (157,51 + j34,31)\text{V} = 161,20 \cdot e^{j0,214}\text{V}; \quad 0,214 = 12,29^\circ$$

$$u_1(t) = 161,2 \cos(2\pi f t + 12,29^\circ)\text{V}, \quad \text{ha } I_v \text{ fázisa } 0$$

c.

$$P_{Rg} = \frac{|\bar{U}_1|^2}{2 R_g} = 519,71 \text{ W}$$

Kis példák – Σ 10 pont (A jó megoldás 2 pontot ér.)

1. Az 1. közegben terjedő síkhullám merőlegesen esik be a 2. közeg határsíkjára, és ott visszaverődik. Határozza meg a visszavert és a beeső elektromos térerősségkomponensek amplitúdóinak arányát az 1. közegben! (A 2. közeg végtelen feltérnek tekinthető!)

A közegek adatai : 1. közeg : $\mu_{r,1} = 1; \varepsilon_{r,1} = 2; \sigma = 0$ és 2. közeg : $\mu_{r,2} = 1; \varepsilon_{r,2} = 2,5; \sigma = 0$.

$$r = \frac{Z_0/\sqrt{2,5} - Z_0/\sqrt{2}}{Z_0/\sqrt{2,5} + Z_0/\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2} - \sqrt{2,5}}{\sqrt{2} + \sqrt{2,5}} = -0,0557$$

$$E_{\text{vissza}}/E_{\text{beeső}} = 0,0557 \dots\dots\dots$$

2. Számítsa ki a $\mu_r = 1; \sigma = 10^5 \text{ S/m}$ anyagjellemzőjű vezető anyagra vonatkozó behatolási mélységet $f = 2 \text{ GHz}$ frekvencián!

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{f \cdot \mu \cdot \sigma \cdot \pi}}$$

$$\delta = 3,558 \cdot 10^{-5} \text{ m} = 35,58 \mu\text{m} \dots\dots\dots$$

3. A $Z_0 = 100 \Omega$ hullámimpedanciájú, légszigetelésű, $\lambda_g/5$ hosszúságú ideális távvezeték szekunder oldalát szakadással zárjuk le. Határozza meg a primer oldalon mérhető bemeneti impedanciát!

$$Z_{be} = \lim_{Z_t \rightarrow \infty} \left(Z_0 \frac{Z_t \cos(g) + j Z_0 \sin(g)}{Z_0 \cos(g) + j Z_0 \sin(g)} \right) = Z_0 \frac{\cos(g)}{j \sin(g)} = -j \frac{100}{\text{tg} \left(\frac{2\pi}{\lambda_g} \frac{2\pi}{\lambda_g} \right)}$$

ahol $g = \beta \cdot \ell$

$$Z_{be} = -j32,49 \Omega \dots\dots\dots$$

4. Írja fel egy adott \mathcal{A} felületen átaramló hatásos teljesítményt a komplex Poynting-vektor segítségével! (Ismertesse az alkalmazott jelöléseket!)

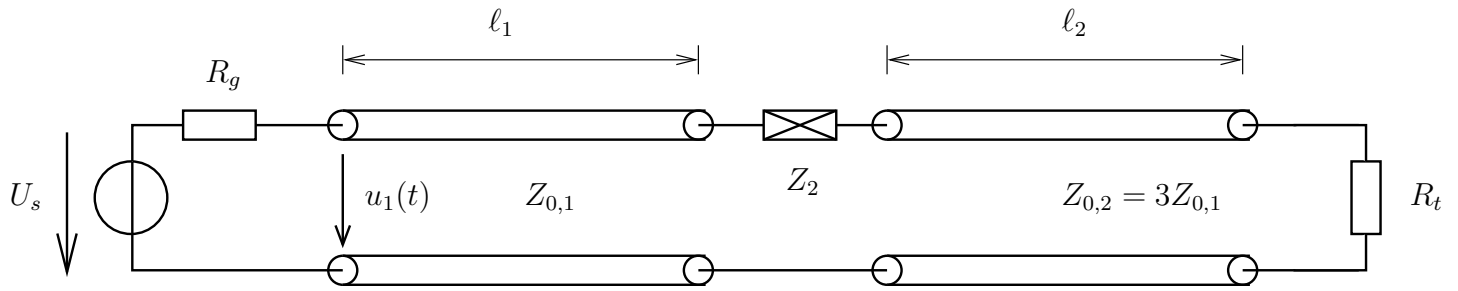
$$P = \Re \left\{ \int_{\mathcal{A}} \vec{S}_C d\vec{A} \right\}$$

5. Adja meg a távvezeték lezárására vonatkozó reflexiók együttható **definícióját!**
A távvezeték végéről visszapattanó feszültség-hullám komplex amplitúdójának, és a távvezetéken a lezárás felé haladó feszültség-hullám komplex amplitúdójának aránya a lezárás helyén mérve.

$$r = \frac{U_2^-}{U_2^+}$$

ahol U_2^- a távvezeték felől haladó hullám komplex amplitúdója, U_2^+ a lezárás felé haladó feszültség-hullám komplex amplitúdója.

Nagypélda



Az ábrán látható hálózatban a távvezetékek ideálisak és légszigetelésűek. Az első távvezeték bemenetére $U_s = 75 \text{ V}$ komplex csúcsertékű $f = 1,9 \text{ GHz}$ frekvenciájú szinuszos feszültséggenerátor kapcsolódik. A generátor belső ellenállása $R_g = 20 \Omega$. A távvezetékek paraméterei: $\ell_1 = 8\lambda_g/5$, $\ell_2 = 6\lambda_g/5$, $Z_{0,1} = 140 \Omega$, $Z_{0,2} = 3Z_{0,1}$, ahol λ_g a távvezetéken mérhető hullámhosszat jelenti.

További paraméterek: $Z_2 = (40 + j20) \Omega$, $R_t = 3Z_{0,1}$.

- Adja meg a távvezetékek hosszát méterben kifejezve! (3 pont)
- Számítsa ki az $u_1(t)$ időfüggvényt! (5 pont)
- Határozza meg a generátor R_g ellenállásán hővé váló teljesítményt! (2 pont)

a.

$$f = 1,9 \text{ GHz} = 1,9 \cdot 10^9 \text{ Hz}$$

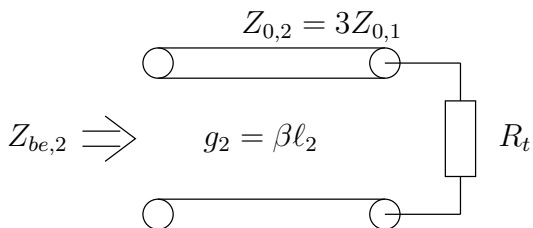
$$\lambda_g = \lambda = \frac{c}{f} = 0,1579 \text{ m}$$

$$\ell_1 = 8 \frac{\lambda_g}{5} = 0,252 \text{ m}; \quad \ell_2 = 6 \frac{\lambda_g}{5} = 0,1894 \text{ m}$$

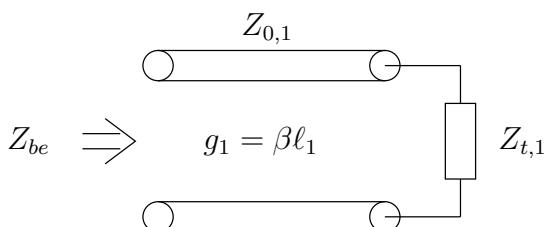
b.

$$g_1 = \beta \ell_1 = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \frac{8\lambda_g}{5} = \frac{16\pi}{5} = 10,05; \quad \cos(g_1) = -0,8090; \quad \sin(g_1) = -0,5877$$

$$g_2 = \beta \ell_2 = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \frac{6\lambda_g}{5} = \frac{12\pi}{5} = 7,54$$



$$Z_{be,2} = 3Z_{0,1} \frac{3Z_{0,1} \cdot \cos(g_2) + j3Z_{0,1} \sin(g_2)}{3Z_{0,1} \cos(g_2) + j3Z_{0,1} \sin(g_2)} = 3Z_{0,1}$$



$$Z_{t,1} = Z_2 + Z_{be,2} = (460 + j20) \Omega$$

$$Z_{be} = Z_{0,1} \frac{Z_{t,1} \cos(g_1) + jZ_{0,1} \sin(g_1)}{Z_{0,1} \cos(g_1) + jZ_{t,1} \sin(g_1)} =$$

$$= (108 - j152) \Omega = 186,6 e^{-j0,953} \Omega$$

$$\bar{U}_1 = \bar{U}_s \cdot \frac{Z_{be}}{Z_{be} + R_g} = 70,38 \cdot e^{-j0,082} \text{ V}; \quad -0,082 = -4,7^\circ$$

$$u_1(t) = 70,38 \cdot \cos(1,194 \cdot 10^{10} \cdot t - 0,082) \text{ V}$$

c.

$$P_{R_g} = \frac{1}{2} \cdot \left| \frac{\bar{U}_s}{R_g + Z_{be}} \right|^2 \cdot R_g = \frac{1}{2} \frac{1}{R_g} \cdot \left| \frac{\bar{U}_s \cdot R_g}{R_g + Z_{be}} \right|^2 = 1,4822 \text{ W}$$

Kis példák – Σ 10 pont (A jó megoldás 2 pontot ér.)

1. A $Z_0 = 150\Omega$ hullámimpedanciájú, légszigetelésű, $\lambda_g/5$ hosszúságú ideális távvezeték szekunder oldalát rövidre zárjuk. Határozza meg a távvezeték primer oldalán mérhető bemeneti impedanciát!

$$Z_{be} = Z_0 \frac{Z_t \cos(\beta\ell) + jZ_0 \sin(\beta\ell)}{Z_0 \cos(\beta\ell) + jZ_t \sin(\beta\ell)} = Z_0 \frac{jZ_0 \sin(\beta\ell)}{Z_0 \cos(\beta\ell)} = jZ_0 \operatorname{tg}(\beta\ell); \quad \beta\ell = \frac{2\pi}{\lambda_g} \cdot \frac{\lambda_g}{5} = \frac{2\pi}{5}$$

$$Z_{be} = j461,65 \Omega \dots\dots\dots$$

2. Számítsa ki a $\mu_r = 1; \sigma = 10^5 S/m$ anyagjellemzőjű vezető anyagban $f = 5$ MHz frekvencia esetén a behatolási mélységet !

$$\delta = \frac{1}{\sqrt{f \cdot \mu \cdot \sigma \cdot \pi}}$$

$$\delta = 7,11 \cdot 10^{-4} m = 711 \mu m \dots\dots\dots$$

3. Az 1. közegben terjedő síkhullám merőlegesen esik be a 2. közeg határsíkjára, és ott visszaverődik. Határozza meg a visszavert és a beeső mágneses térerősségkomponensek amplitúdóinak arányát az 1. közegben! (A 2. közeg végtelen féltérnek tekinthető!)

A közegek adatai : 1. közeg : $\mu_{r,1} = 1; \varepsilon_{r,1} = 2; \sigma = 0$ és 2. közeg : $\mu_{r,2} = 1; \varepsilon_{r,2} = 1,5; \sigma = 0$.

$$r = \frac{Z_{0,2} - Z_{0,1}}{Z_{0,2} + Z_{0,1}} = \frac{\frac{1}{\sqrt{1,5}} - \frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{1,5}} + \frac{1}{\sqrt{2}}} = 0,07179;$$

$$H_{\text{vissza}}/H_{\text{beeső}} = |r| = 0,0718 \dots\dots\dots$$

4. Milyen határok között változik az állóhullámarány?

$$\sigma = \frac{1 + |r|}{1 - |r|}, \text{ ezért } 1 \leq \sigma \leq \infty$$

5. Adja meg a hullámmellenállás **definícióját** távvezeték esetén!

A távvezetéken pozitív z irányban haladó feszültség és áram hullám komplex amplitúdójának aránya :

$$Z = \frac{U^+}{I^+}$$

ahol U^+ a pozitív irányba haladó hullám komplex amplitúdója, I^+ a pozitív irányba haladó áramhullám komplex amplitúdója.