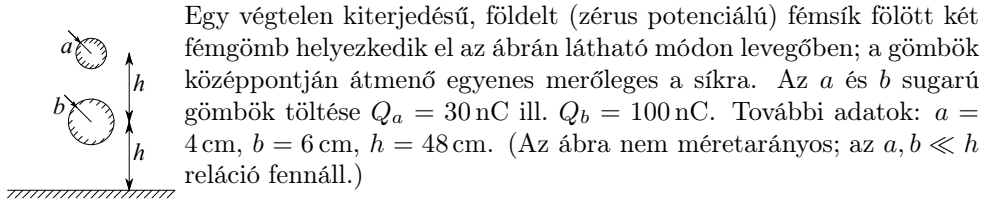


Név: <b>JAVÍTÓ</b>	Nagypélda:	<b>JEGY</b>
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!**NAGYPÉLDA – 10 PONT** (A megoldást külön lapra kérjük!)

- a. Adja meg a  $b$  sugarú gömb potenciálját! (2 p.)

A töltéstükrözés módszerével:

$$\Phi_b = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{3h} \right) + \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{2h} \right) = 14,4 \text{ kV} \quad (2 \text{ p.})$$

- b. Becsülje meg az  $a$  sugarú gömb felszínén a télerősség nagyságát! (2 p.)

A másik gömb és a sík hatása a becslés során elhanyagolható:

$$E_{\max} \approx \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 169 \text{ kV/m} \quad (2 \text{ p.})$$

- c. Mekkora elektrosztatikus erő hat a  $b$  sugarú gömbre? (3 p.)

A lefelé mutató irányt pozitívnak választva:

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left| \frac{Q_a Q_b}{h^2} + \frac{Q_b^2}{(2h)^2} + \frac{Q_a Q_b}{(3h)^2} \right| = 228 \mu\text{N} \quad (3 \text{ p.})$$

- d. Adja meg az elrendezés elektrosztatikus energiáját! (3 p.)

Az  $a$  sugarú gömb potenciálja:

$$\Phi_a = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{4h} \right) + \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{3h} \right) = 7,85 \text{ kV} \quad (1 \text{ p.})$$

$$W_E = \frac{1}{2} (Q_a \Phi_a + Q_b \Phi_b) = 839 \mu\text{J} \quad (2 \text{ p.})$$

**KISPELDÁK – 5 × 2 PONT** (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

1. Egy  $\epsilon_r = 5$  relatív permittivitású szigetelőanyagban az elektromos télerősség vektora valamely pontban és annak környezetében  $\mathbf{E} = (40\hat{e}_x + 30\hat{e}_y)$  kV/m. Adja meg itt az elektromos mező energiasűrűségét!

$$w = 55,3 \text{ mJ/m}^3$$

2. Homogén, töltésmentes szigetelő közegben az elektrosztatikus skalárpotenciál felírható egy csak  $x$ -től és egy csak  $y$ -től függő tag összegeként:  $\varphi(x, y) = \varphi_x(x) + \varphi_y(y)$ . Adja meg  $\varphi_y(y)$  egy lehetséges formuláját, ha valamely koherens egységrendszerben  $\varphi_x(x) = 3x^2 + 4x + 2$ !

$$\varphi_y(y) = -3y^2 \text{ (bármilyen, amire igaz, hogy } \varphi_y''(y) = -6 \text{)}$$

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a kapacitív együtthatók rendre  $c_{11} = 50$  nF,  $c_{22} = 80$  nF és  $c_{12} = c_{21} = -30$  nF. Adja meg az elektrosztatikus mező energiáját, ha a föld zérus potenciálú, az elektródák potenciálja pedig rendre  $\Phi_1 = 400$  V és  $\Phi_2 = 800$  V!

$$W_E = 20 \text{ mJ}$$

4. Egy igen hosszú, párhuzamos vezetópár két 2 mm sugarú, ideális vezetőből áll, amelyek tengelyei egymástól 22 mm távolságra vannak. A közeg levegő. Adja meg az elektromos télerősség nagyságát a vezetők tengelyeit összekötő, azokra merőleges szakasz felezőpontjában, ha a vezetők közé 500 V egyenfeszültséget kapcsolunk!

$$E = 19,0 \text{ kV/m}$$

5. Egy sík elektródához rögzítsük úgy a koordináta-rendszert, hogy az elektróda felszíne a  $z = 0$  síkba essen, és a  $z > 0$  tartomány az elektródán kívüli tér (levegő). Az elektródához nagyon közel a skalárpotenciál helyfüggése:  $\varphi(z) = 30z$ , ahol a feszültség egysége V, a hosszegység m. Adja meg az elektródán a felületi töltéssűrűség értékét!

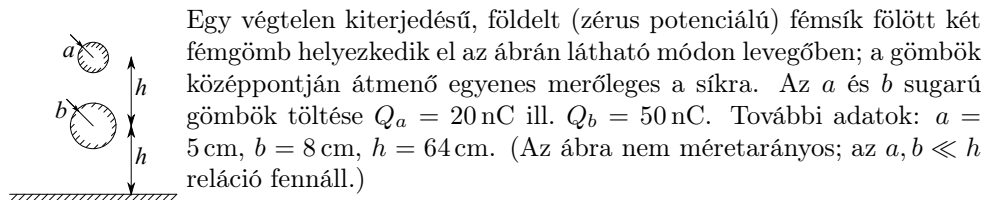
$$\sigma = -266 \text{ pC/m}^2$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)

Név: <b>JAVÍTÓ</b>	Nagypélda:	<b>JEGY</b>
NEPTUN:	Kispéldák:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható (a kispéldákra is)!

**NAGYPÉLDA – 10 PONT** (A megoldást külön lapra kérjük!)



**a.** Adja meg az  $a$  sugarú gömb potenciálját! (2 p.)

A töltéstükrözés módszerével:

$$\Phi_a = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{4h} \right) + \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{3h} \right) = 3,99 \text{ kV} \quad (2 \text{ p.})$$

**b.** Becsülje meg a  $b$  sugarú gömb felszínén a télerősség nagyságát! (2 p.)

A másik gömb és a sík hatása a becslés során elhanyagolható:

$$E_{\max} \approx \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0 b^2} = 70,2 \text{ kV/m} \quad (2 \text{ p.})$$

**c.** Mekkora elektrosztatikus erő hat az  $a$  sugarú gömbre? (3 p.)

A felfelé mutató irányt pozitívnak választva:

$$|\mathbf{F}| = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left| \frac{Q_a Q_b}{h^2} + \frac{-Q_a Q_b}{(3h)^2} + \frac{-Q_a^2}{(4h)^2} \right| = 19,0 \text{ } \mu\text{N} \quad (3 \text{ p.})$$

**d.** Adja meg az elrendezés elektrosztatikus energiáját! (3 p.)

A  $b$  sugarú gömb potenciálja:

$$\Phi_b = \frac{Q_a}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{h} - \frac{1}{3h} \right) + \frac{Q_b}{4\pi\epsilon_0} \left( \frac{1}{b} - \frac{1}{2h} \right) = 5,45 \text{ kV} \quad (1 \text{ p.})$$

$$W_E = \frac{1}{2} (Q_a \Phi_a + Q_b \Phi_b) = 176 \text{ } \mu\text{J} \quad (2 \text{ p.})$$

**KISPELDÁK – 5 × 2 PONT** (Kérjük, hogy a választ a feladatlapra írja!)

**1.** Egy igen hosszú, párhuzamos vezetópár két 4 mm sugarú, ideális vezetóból áll, amelyek tengelyei egymástól 44 mm távolságra vannak. A közeg levegő. Adja meg az elektromos télerősség nagyságát a vezetők tengelyeit összekötő, azokra merőleges szakasz felezőpontjában, ha a vezetők közé 150 V egyenfeszültséget kapcsolunk!

$$E = 2,84 \text{ kV/m}$$

**2.** Egy  $\epsilon_r = 8$  relatív permittivitású szigetelőanyagban az elektromos eltolás vektora valamely pontban és annak környezetében  $\mathbf{D} = (40\hat{e}_x + 30\hat{e}_y) \text{ nC/m}^2$ . Adja meg itt az elektromos mező energiasűrűségét!

$$w = 17,6 \text{ } \mu\text{J/m}^3$$

**3.** Egy sík elektródához rögzítsük úgy a koordináta-rendszert, hogy az elektróda felszíne az  $x = 0$  síkba essen, és az  $x > 0$  tartomány az elektródán kívüli tér (levegő). Az elektródához nagyon közel a skalárpotenciál helyfüggése:  $\varphi(x) = -45x$ , ahol a feszültség egysége V, a hosszegység m. Adja meg az elektródán a felületi töltéssűrűség értékét!

$$\sigma = 399 \text{ pC/m}^2$$

**4.** Két elektródából és a földből álló rendszerben a kapacitív együtthatók rendre  $c_{11} = 12$  nF,  $c_{22} = 8$  nF és  $c_{12} = c_{21} = -3$  nF. Adja meg az elektrosztatikus mező energiáját, ha a föld zérus potenciálú, az elektródák potenciálja pedig rendre  $\Phi_1 = 90$  V és  $\Phi_2 = 130$  V!

$$W_E = 81,1 \text{ } \mu\text{J}$$

**5.** Homogén, töltésmentes szigetelő közegben az elektrosztatikus skalárpotenciál felírható egy csak  $x$ -től és egy csak  $y$ -től függő tag összegeként:  $\varphi(x, y) = \varphi_x(x) + \varphi_y(y)$ . Adja meg  $\varphi_x(x)$  egy lehetséges formuláját, ha valamely koherens egységrendszerben  $\varphi_y(y) = 12y^2 + 5y + 11$ !

$$\varphi_x(x) = -12x^2 \text{ (bármilyen, amire igaz, hogy } \varphi_x''(x) = -24 \text{)}$$

Pontszám	Osztályzat
0 - 9	elégtelen (1)
10 - 13	elégséges (2)
14 - 15	közepes (3)
16 - 17	jó (4)
18 - 20	jeles (5)