

Komplex számok (megoldás)

(1a.) $-2j$ (1b.) $2 + j$ (1c.) $-2 + 2j$ (1d.) $-\frac{2}{5}$ (1e.) $\frac{1+3j}{2}$ (1f.) 1

(2a.) $2^8 e^{j\frac{2\pi}{3}}$ (2b.) $\sqrt{2}^7 \left(\cos \frac{5\pi}{4} + j \sin \frac{5\pi}{4} \right) = -2^3 (1 + j)$ (2c.) 2^5 (2d.) $\sqrt{2} e^{j\left(\frac{\pi}{3} + k\pi\right)}$ ahol $k = 0, 1$

(2e.) $2e^{j\left(\frac{\pi}{4} + k\pi\right)}$ ahol $k = 0, 1$ (2f.) $e^{j\left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right)}$ ahol $k = 0, 1, 2, 3$ (2g.) $\sqrt{2} e^{jk\frac{\pi}{3}}$ ahol $k = 0, 1, 2, 3, 4, 5$

(2h.) $\sqrt[5]{2} e^{j\left(\frac{\pi}{6} + k\frac{2\pi}{5}\right)}$ ahol $k = 0, 1, 2, 3, 4$

(3.) $z_0 = 1 - j$; $z_1 = 1 + j$; $z_2 = -1 + j$; $z_3 = -1 - j$

(4.) $z_1' = z_1 - z_0 = -j$; $z_2' = z_1' \cdot e^{j\frac{\pi}{3}}$; ... ; $z_6' = z_1' \cdot e^{j\frac{5\pi}{3}}$

(5.) Igazolása a $\sqrt{2} \cdot \sqrt{x^2 + y^2} \geq |x| + |y|$ egyenlőtlenségnek.

(6a.) $z = 0 \vee z = \sqrt[4]{-16} = 2e^{j\left(\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}\right)}$ ahol $k = 0, 1, 2, 3$

(6b.) $z_1 = 3(1 + j)$; $z_2 = 1 + 3j$

(6c.) $z = 0 \vee z = \sqrt[4]{j} = e^{j\left(\frac{\pi}{8} + k\frac{\pi}{2}\right)}$ ahol $k = 0, 1, 2, 3$

(6d.) $z = x \vee z = jy$

(7.) $e^{jx} = \cos x + j \sin x \Rightarrow e^{j6x} = \cos 6x + j \sin 6x = (\cos x + j \sin x)^6$

Alkalmazva a binomiális tételt, a valós szám $\cos 6x$ és a képzetes szám $\sin 6x$.

(7a.) $\cos 6x = -\sin^6 x + 15 \cos^2 x \sin^4 x - 15 \cos^4 x \sin^2 x + \cos^6 x$

(7b.) $\sin 6x = 6 \cos x \sin^5 x - 20 \cos^3 x \sin^3 x + 6 \cos^5 x \sin x$