

1) Feladat (20 pont).

Bizonyítsa be a monoton és korlátos sorozatokra vonatkozó tételt! Lehet-e egy nem monoton, korlátos sorozat konvergens?

2) Feladat (20 pont).

Bizonyítsa be Weierstrass I. tételét!

3) Feladat (20 pont).

Bizonyítsa be a sorokra vonatkozó hányados kritériumot! (Limeszes alakját is!)

4) Feladat (10 pont).

Bizonyítsa be az inflexió létezésének szükséges feltételét! A felhasznált tételt (tételeket) írja le!

5) Feladat (13 pont).

Legyen

$$f(x) = \begin{cases} 0, & \text{ha } |x| > 3, \\ 3 - |x|, & \text{ha } |x| \leq 3 \end{cases}$$

Határozza meg a

$$G(x) = \int_{-\infty}^x f(t)dt, \quad x \in \mathbb{R}$$

függvényt! Folytonos-e, illetve differenciálható-e a G függvény? $G'(x) = ?$

6) Feladat (17 pont).

Konvergens-e az alábbi integrál?

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{\sqrt{x+x^3}} dx$$