

1. feladat (16 pont)

$$f(x) = \begin{cases} \frac{(x^2 - 5) \sin(\pi x)}{x^3 + 9x}, & \text{ha } x \leq 1 \\ \frac{1}{(x+4)^2}, & \text{ha } x > 1 \end{cases}$$

- a) Állapítsa meg, hogy hol, milyen szakadása van az f függvénynek!
 b) Hol differenciálható a fenti függvény? $f'(x) = ?$

2. feladat (12 pont)

$$f(x) = 2\pi + 2 \arcsin(2x - 1)$$

$$f(3/4) = ?$$

Adja meg a függvény értelmezési tartományát és értékészletét!

$$f'(x) = ?, \quad D_{f'} = ?$$

3. feladat (22 pont)

$$f(x) = 3\pi + 2 \operatorname{arctg} \frac{3}{x^3}$$

- a) Adja meg a függvény értelmezési tartományát!

$$\lim_{x \rightarrow \pm 0} f(x) = ?, \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = ?$$

$$f'(x) = ?$$

- b) Indokolja meg, hogy a $(0, \infty)$ intervallumon létezik a függvény f^{-1} inverze!

$$f^{-1}(x) = ?, \quad D_{f^{-1}} = ?$$

4. feladat (10 pont)

$$f(x) = \frac{1}{2x+1}$$

A derivált definíciójával állapítsa meg $f'(1)$ értékét!

5. feladat (25 pont)

$$a) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln(6x)}{x^2} = ?$$

$$b) \lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(6x)}{x^2} = ?$$

$$c) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\operatorname{sh}(2x+4)}{\operatorname{ch}(2x-5)} = ?$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} (1+3x^2)^{1/x^2} = ?$$

6. feladat (15 pont)

$$f(x) = \frac{x-2}{(x+4)^3}$$

- a) $f'(x) = ?$ Írja fel az $x_0 = -3$ pontbeli érintőegyeneseének egyenletét!
 b) Adja meg azokat a legbővebb nyílt intervallumokat, melyeken a függvény szigorúan monoton nő, illetve szigorúan monoton csökken!

Pótfeladat (csak az elégséges eléréséhez javítjuk ki):

7. feladat (12 pont)

$$f(x) = \ln(1+x^2)$$

Adja meg a monotonitási intervallumokat!

Hol konvex, hol konkáv a függvény?

8. feladat (8 pont)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 5x - 3} - 2x) = ?$$