1. Zárthelyi A1 2011 ősz

1. Legyen E tetszőleges nem üres halmaz és $\overline{A} = \{x \in E : x \notin A\}$ tetszőleges $A \subseteq E$ esetén. Mit mondhatunk az $A \subseteq E$ és $B \subseteq E$ halmazok viszonyáról, ha $A \cap B = \overline{A} \cap \overline{B}$.

2. Bizonyítsa be vektoralgebrai eszközökkel, hogy a rombusz átlói merőlegesek egymásra!

3. Legyen $P = (2, 5, 3)$. Legyen az e egyenes egyenlete $x = 1 - 2t$, $y = 2 + t$, $z = 3 + 2t$, az S sík egyenlete pedig $4x + 2y - 2z = 7$. Írja fel a P ponton átmenő, az S síkkal párhuzamos azon f egyenes egy egyenletét, melynek az e-vel van közös pontja!

4. Adja meg a $z = 5i\dfrac{-4 + 8i}{10 + 5i}$ komplex szám minden 4. gyökét!

5. Oldja meg a következő egyenletet a komplex számok körében!

$$|z|^2 + z^2 = 8 + 12i$$

6.

(a) Legyenek $E \neq \emptyset$, $A, B, C \subseteq E$ tetszőleges halmazok.

(a1) Igaz-e, hogy $(A \cup B) \cup \overline{B} = A \cup (B \cup \overline{B})$.

(a2) Igaz-e, hogy $(A \cap B) \cup \overline{B} = A \cap (B \cup \overline{B})$.

(b) Legyenek a, b és c tetszőleges térvektorok.

(b1) Igaz-e, hogy ha $a \cdot c = b \cdot c$, akkor $a = b$.

(b2) Igaz-e, hogy ha $a < b$, akkor $a + c < b + c$.

(c) Legyen z tetszőleges komplex szám. Igaz-e, hogy W is komplex

(c1) $\operatorname{Re}(z \cdot w) = \operatorname{Re} z \cdot \operatorname{Re} w$.

(c2) $\operatorname{Im}(z + w) = \operatorname{Im} z + \operatorname{Im} w$.