

1. Feladat (4+7=11 pont)

- (a) Állítsa az n , $\ln(n)$, n^n , n^{30} , 30^n és $n!$ sorozatokat nagyságrendi sorrendbe! (Bizonyítás nélkül.)
- (b) Igazolja a 30^n és $n!$ sorozatok közti nagyságrendi viszonyt!

2. Feladat (3+8=11 pont)

Mondja ki és bizonyítsa be két valós (egyváltozós) függvény szorzatának deriválására tanult szabályt!

3. Feladat (8+8=16 pont)

$$(a) \int \frac{x+18}{\sqrt{x^2+4}} dx = ?, \quad (b) \int \frac{x+18}{x^2-4} dx = ?$$

4. Feladat (3+5+8=16 pont)

- (a) Írja fel az elsőrendű, inhomogén lineáris, függvény együtthatós differenciálegyenlet általános alakját!
- (b) Legyen a ϕ_1 és ϕ_2 függvény megoldása az (a) pontban felírt differenciálegyenletnek. Mit mondhatunk a $\phi_1 - \phi_2$ függvényről? Állítását bizonyítsa is be!
- (c) Adja meg a következő differenciálegyenlet általános megoldását explicit alakban!

$$y'(x) - xy(x) = 3x$$

5. Feladat (3+8=11 pont)

- (a) Írja fel a $\cos(x)$ függvény origó középpontú Taylor-sorát és a sor konvergenciatartományát! (Bizonyítás nélkül.)
- (b) Határozza meg a következő függvénysor összegét!

$$\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-5)^n}{(2n)!} \cdot x^{2n+5} = ?$$

6. Feladat (10 pont)

Határozza meg az $f(x, y) = y^2$ függvény integrálját az R sugarú, origó középpontú körlapra!

7. Feladat * (3+8+2= 13 pont)

- (a) Mondja ki a Fourier-sor pontonkénti konvergenciájáról tanult Dirichlet-tételt!
- (b) Legyen f az a 2π -szerint periodikus függvény, amelyre $x \in [-\pi, 0]$ esetén $f(x) = x$, és $x \in [0, \pi)$ esetén $f(x) = 0$. Határozza meg az f függvény Fourier-sorában az a_0 és a b_3 együtthatókat!
- (c) Mennyi az előző pontban szereplő f függvény Fourier-sorának összege a π helyen?

8. Feladat * (6+6=12 pont)

Tudjuk, hogy az $f(x) = e^{-|x|}$ függvény Fourier-transzformáltja $\mathcal{F}[f](\omega) = F(\omega) = 2/(1 + \omega^2)$.

- (a) Határozza meg $g(x) = xe^{-|x|}$ Fourier-transzformáltját!
- (b) Határozza meg $h(x) = e^{-|5x-2|}$ Fourier-transzformáltját!

A *-al jelölt feladatokból legalább 7 pontot el kell érni!