

**1. feladat (5+9=14 pont)**

- a) Mikor mondjuk, hogy  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ ? (Mondja ki a definíciót!)
- b) A definícióval igazolja, hogy  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 1} + x = 0$ !

**2. feladat (5+5=10 pont)**

$$f(x) = \begin{cases} xe^{x^3}, & \text{ha } x \geq 0, \\ ax^3 + b, & \text{ha } x < 0. \end{cases}$$

- a) Milyen  $a, b$  esetén folytonos az  $f$  függvény?
- b) Milyen  $a, b$  esetén differenciálható az  $f$  függvény?

**3. feladat (9+5+5=19 pont)**

$$f(x) = \ln(1 - 2x - x^2)$$

- a) Határozza meg  $f$  értelmezési tartományát, értékkészletét!
- b) Határozza meg  $f$  deriváltját!
- c) Határozza meg  $f$  lokális szélsőértékeit!

**4. feladat (7+7+7+6=27 pont)**

Határozza meg a következő határértékeket!

$$\begin{array}{ll} a) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{tg}(4x)}{\sin(2x)} =? & b) \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left( \frac{1}{\operatorname{ctg} x} - \frac{1}{\cos x} \right) =? \\ c) \lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{x}} =? & d) \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{e^{-x} \operatorname{sh}(5x)}{\operatorname{ch}(6x)} =? \end{array}$$

**5. feladat (6+9+6+9=30 pont)**

$$f(x) = x^2 \ln(x^2)$$

- a) Jellemezze a függvényt monotonitás szempontjából! Adja meg a függvény lokális szélsőérték helyeit!
- b) Jellemezze a függvényt konvexitás szempontjából! Hol van a függvénynek inflexiós pontja?
- c) Vázlatosan rajzolja fel a függvény grafikonját!
- d) Határozza meg  $f$  értelmezési tartományát, értékkészletét! Hol folytonos a függvény és milyen típusú szakadásai vannak?