

2012. 06. 14.

1. Levegőben önmagában álló ponttöltéstől 3m távolságban a potenciál 180V, 6m távolságban pedig 130V. Mekkora a végtelen távoli pont potenciálja?

Mo.:

Ponttöltés potenciálját a megadott 2 pontra felírni:  $\Phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon} \frac{1}{r} + \Phi(r_0)$

Ha  $x = \frac{Q}{4\pi\epsilon}$  és  $y = \Phi(r_0)$  helyettesítéssel élünk, tisztán látszik a kétismeretlenes egyenletrendszer. A feladat y kiszámolása, ami 80V-nak adódik.

2. A Descartes koordináta-rendszer x tengelye mentén 55nC/m, y tengelye mentén -90nC/m töltéssűrűségű, végtelen hosszú vonaltöltés helyezkedik el vákuumban. Adjon becslés annak az erőnek a nagyságára, amely az x tengely mentén  $x_1=5m$  és  $x_2=5.4m$  koordináták közötti szakasza, ill. a másik végtelen hosszú vonaltöltés között ébred!

Mo.:

A közelítés annyi lesz, hogy az x tengely menti töltésmennyiséget pontszerűnek tekintjük.  $Q = q_x \cdot l$ , ahol  $l=0.4m$ .  $F = Q \cdot E$ . E pedig a másik vonaltöltés tere, tehát

$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{r}$  ahol r legyen 5.2m. A behelyettesítés után  $F = 7\mu N$

3. Zárt rendszerben 3 vezető,  $I_1=9mA$ ,  $I_2=0A$ .

Adottak a részkonduktanciák  $G_{13}=12 mS$ ,  $G_{12}=30 mS$ ,  $G_{23}=8 mS$ .

Kérdés az összesen disszipált teljesítmény.

Mo.:

A részkapacitásokkal analóg módon kiszámolhatóak a potenciálok, és akkor összeadogathatók őket ( $\sum U^2 \cdot G$ ). Célszerű áttérni sztatikára analógiával  $C_{ik} = G_{ik}$ ,  $Q_i = I_i$ . Szerintem úgy könnyebb végigszámolni, ha az ember ismerős dolgokkal dolgozik. Ám a végén figyelni kell, mert nincs 1/2-es szorzó, mint sztatikánál, csak  $\sum U^2 \cdot G$ . A helyes megoldás 4.39 mW.

4. Lecher-vezeték: távolság 8cm, sugár 2mm, vezeték hossz 3m. A vezetékben 5A nagyságú áram folyik. Mekkora munkával lehet a távolságot felére csökkenteni, miközben az áramerősség állandó?

Mo.:

$$W = \int^d dW$$

$$\frac{d}{2} \quad \text{ahol } dW = dF \cdot dr$$

$$dF = \frac{\mu_0 \cdot i_1 \cdot i_2 \cdot l}{2r\pi} \quad \text{Ampére törvényéből.}$$

$1/r$  integrálja  $\ln(r)$ . A behelyettesítés után  $W = 10.4 \mu J$ .

5. Távvezeték elején a feszültség komplex amplitúdója  $(40+j30)V$  és az áramerősség  $0A$ . Mekkora a távvezeték elejéről a vége felé haladó feszültség hullám komplex amplitúdója a távvezeték elején?

Mo.:

Átváltod e-adós alakra az amplitúdót, majd  $z=0$ -t beírod a távvezeték eleji feszültség egyenletbe, és ezt kapod:

$$U = U^+ + U^- \quad \text{ahol } U = 50 \cdot e^{j0.644V}$$

Az áram egyenletébe szintén beírod  $z=0$ -t, majd megkapod, hogy  $U^+ = U^-$ .

Visszaírva  $U^+ = 25 \cdot e^{j0.644V}$ .

6.  $L=300\text{mH}$  tekercsre kötsz egy  $4\ \Omega$  ellenállást. A tekercs Fluxusát  $15\text{Vs}$ -ról  $40\ \text{Vs}$ -ra emeled  $2\ \text{s}$  alatt. Kérdés az ellenállás árama.

Mo.:

A tekercs fluxusa felírható:  $15+12.5t\ \text{Vs}$

Tudjuk, hogy az indukált feszültség  $= -\frac{\partial\Phi}{\partial t} = 12.5\text{V}$

Az áram innen kapható  $I=U/R=3.125\text{A}$

7. A féleteret nemideális vezető tölti ki, a felületre merőlegesen beérkező síkhullám behatolási mélysége  $\delta$ . A határfelület  $A$  keresztmetszetén  $P$  hatásos teljesítmény áramlik át. Mekkora a hatásos teljesítmény a áramlik át a határfelülettől  $\delta$  távolságban a határfelülettel párhuzamos sík  $A$  ker.metszetén?

Mo.:

A télerősség  $\delta$  távolság után  $\frac{1}{e}$  részére csökken. Mivel  $S \sim E^2$  és a felület nem változik, ezért  $S \frac{1}{e^2}$  részére csökken, tehát a megoldás  $0.135P$ .

8. A  $P$  pontban az elektromos télerősség  $E(t)=120 \cdot e_{\theta} \cdot \cos(\omega \cdot t - \phi)$  V/m, a mágneses télerősség  $H(t)=30 \cdot e_{\phi} \cdot \cos(\omega \cdot t - \psi)$  A/m, ahol  $e_{\theta}$ , és  $e_{\phi}$  gömbi koordináta-rendszerbeli egységvektorok. Mekkora a Poynting-vektor  $r$  irányú rendezőjének valós része a  $P$  pontban?

Mo.:

Átírhatod komplex alakra, és  $1/2 \cdot E \cdot H^*$ -al számolhatsz, aminek a valós részét veszed, de az is jó, ha tudod a képletet. Megoldás  $1/2 \cdot E \cdot H \cdot \cos(\phi_e - \phi_h) = 1.56\text{W/m}^2$

9. Egy Hertz-dipólus a Descartes koordináta-rendszer origójában található, tengelye a  $z$  tengelyre illeszkedik. Az antenna  $\lambda$  hullámhosszúságú elektromágneses sugárzást bocsájt ki. Az  $(x=10\lambda, y=0, z=0)$  pontban a mágneses télerősség azimutális rendezőjének időfüggvénye  $H_{\phi}(t)=H_0 \cdot \cos(\omega \cdot t + 0.12)$ . Mekkora  $H_{\phi}(t)$  az  $(x=10\lambda, y=10\lambda, z=0)$  pontban?

Mo.:

$0.5H_0 \cdot \cos(\omega \cdot t - 0.773)$

A leírt változás  $\phi$  és  $r$  irányú.  $\phi$  irányban nem változik a mágneses tér, csak  $r$  irányban.  $r$   $\sqrt{2}$ -szeresére változik. A távoltéri függés  $1/r$ -szeres, tehát az elsöprő többség az  $1/\sqrt{2}$ -szeres amplitúdójú megoldást választotta, ami helytelennek bizonyult. Az egyetlen magyarázat a helytelenségre az lehet, hogy a  $10\lambda$  távolság még nem számít távotérnek. Így mivel  $H_{\phi} \sim (1/r^2 + 1/r)$ , ezért a közeltérben az  $1/r^2$ -es tag dominál, ami miatt az amplitúdó a távolság négyzetének reciprokával arányosan változik, ami megfelel a tanszék által elfogadott helyes válasznak.

10.  $V$  térfogatot  $\Gamma$  zárt felület határol, felületi normálisa  $n$ . A térfogati töltéssűrűség és a dielektromos állandó  $V$ -ben ismert. Mi az elektrosztatikus skalárpotenciál meghatározásának szükséges és elégséges feltétele?

Mo.:

$\phi(r)$  vagy  $d\phi(r)/dn$ , minden  $r$  eleme  $\Gamma$ .