

1. feladat (16 pont)a) Adja meg a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$ definícióját.

b) A definíció alapján lássa be, hogy

$$\lim_{n \rightarrow \infty} 5n - n^2 = -\infty.$$

c) Konvergens-e az

$$a_n = \sqrt{n^2 + 4n - 3} - \sqrt{n^2 - 2n + 5}.$$

sorozat, és ha igen, mi a határértéke?

2. feladat (27 pont)

Keresse meg az alábbi sorozatok határértékét, ha létezik:

$$a_n = \sqrt[2n]{n^2 + 3^{2n-1} + 16^n} \quad b_n = \left(\frac{3n+1}{5n-1} \right)^n \quad c_n = \frac{5^{3n+1} + n^3 - 7}{n! + 2^{n+1}} \sin n.$$

3. feladat (13 pont)

Adja meg az

$$a_n = \left(1 + \frac{(-1)^n}{5n+2} \right)^{3n-2}$$

sorozat torlódási pontjainak halmazát, limesz inferiorját, illetve limesz superiorját. Konvergens-e a sorozat? Konvergens-e a $\sum a_n$ sor?**4. feladat (16 pont)**Legyen $a_1 = 4$, és $n = 1, 2, \dots$ esetén

$$a_{n+1} = 8 - \frac{12}{a_n}.$$

a) Mely valós számok jöhetnek szóba a sorozat határértékeként?

b) Igazolja, hogy $n = 1, 2, \dots$ esetén $2 < a_n < 6$.c) Bizonyítsa be, hogy az (a_n) sorozat monoton.d) Konvergens-e az (a_n) sorozat, és ha igen, mi a határértéke?

5. feladat (14 pont)

a) Ismertesse a numerikus sorokra vonatkozó majoráns kritériumot.

b) Konvergens-e a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n} + 3^n}{5^n - 4^n}$$

sor?

6. feladat (14 pont)

Igazolja, hogy a

$$\sum_{n_1}^{\infty} (-1)^n \frac{n}{n^2 + 1}$$

konvergens. Abszolút vagy feltételes konvergencia teljesül? Adjon felső becslést az $s \approx s_{100}$ közelítés hibájára.*Pótfeladatok (csak 40 pont eléréséhez javítjuk ki):***7. feladat (8 pont)**

Konvergens-e az

$$a_n = \sqrt[n]{\frac{n^2 + 3n}{n^4 + 2}}$$

sorozat? Ha igen, mi a határértéke?

8. feladat (12 pont)

Számolja ki a

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+1} - 4 \cdot 3^{2n-1}}{5^{2n}}$$

sor határértékét.