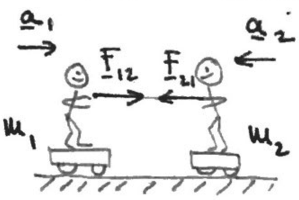
I.) Az impulzus (lendület) fogalma

Két test kölcsönhatása (erő - ellenerő):



$$\underline{F}_{12} = m_1 \underline{a}_1 = m_1 \frac{\Delta \underline{v}_1}{\Delta t},$$

$$\underline{F}_{21} = m_2 \underline{a}_2 = m_2 \frac{\Delta \underline{v}_2}{\Delta t}.$$

$\underline{F}_{12} = -\underline{F}_{21}$ (Newton III. törvénye),

ebből:

$$\underline{0} = \underline{F}_{12} + \underline{F}_{21} = m_1 \frac{\Delta \underline{v}_1}{\Delta t} + m_2 \frac{\Delta \underline{v}_2}{\Delta t},$$

azaz:

$$\frac{\Delta(m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2)}{\Delta t} = \underline{0}.$$

Ha egy mennyiség változási üteme zérus, akkor a mennyiség állandó:

$$m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2 = \text{állandó}.$$

Impulzus: $\boxed{\underline{p} = m\underline{v}}$ ← vektormennyiség, iránya $\underline{v}$ irányával egyezik meg

mértékegység: $[p] = kg \frac{m}{s}$.

Ezzel a jelöléssel a két testre:

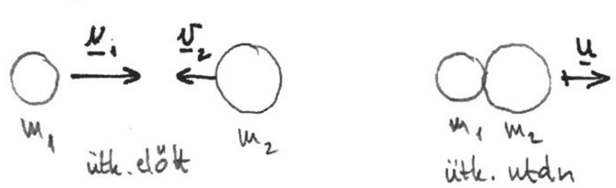
$\boxed{\underline{p}_1 + \underline{p}_2 = \text{állandó}}$, ha külső erő nem hat.

Ez a lendületmegmaradás törvénye két testre.

II.) Ütközések (1D-ben)

1.) Tökéletesen rugalmatlan ütközés

- feltétel: a testek összetapadnak
- mechanikai energia nem marad meg.
- impulzus megmarad (ha $\sum \underline{F}_{külső} = \underline{0}$).



$$\underbrace{m_1 \underline{v}_1}_{p_{1,k}} + \underbrace{m_2 \underline{v}_2}_{p_{2,k}} = \underbrace{(m_1+m_2)\underline{u}}_{p_{közös}} \rightarrow \underline{u} = \frac{m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2}{m_1 + m_2}$$

2.) Rugalmas ütközés

- feltétel: mechanikai energia megmarad
- impulzus megmarad
- pl: két biliárdgolyó ütközése

Impulzus: $m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_2 u_2 - m_1 u_1$ (1)

Energia: $\frac{1}{2} m_1 v_1^2 + \frac{1}{2} m_2 v_2^2 = \frac{1}{2} m_2 u_2^2 + \frac{1}{2} m_1 u_1^2$ (2)

Rendezve:

$$m_1(v_1 + u_1) = m_2(v_2 + u_2) \quad (1)$$

$$m_1(v_1^2 - u_1^2) = m_2(u_2^2 - v_2^2) \quad (2)$$

(2):(1):

$$v_1 - u_1 = u_2 - v_2,$$

azaz $v_1 + v_2 = u_1 + u_2$ → a relatív sebesség megmarad.

Ezt visszaírva (1)-be:

$$m_1 v_1 - m_2 v_2 = m_2(v_1 + v_2 - u_1) - m_1 u_1,$$

ebből:

$$\boxed{u_1 = \frac{m_2 - m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{2m_2}{m_1 + m_2} v_2}$$

$$\boxed{u_2 = \frac{2m_1}{m_1 + m_2} v_1 + \frac{m_1 - m_2}{m_1 + m_2} v_2}$$

III.) Az impulzustétel

Newton II. törvénye szerint:

$$\underline{F} = m\underline{a} = m \frac{\Delta \underline{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta (m\underline{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta \underline{p}}{\Delta t}$$

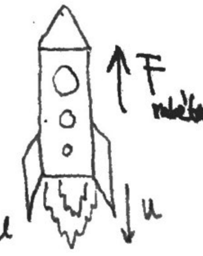
Ez általánosabb, mint az $\underline{F} = m\underline{a}$, neve impulzustétel:

$$\boxed{\underline{F} = \frac{\Delta \underline{p}}{\Delta t}}$$

Alkalmazás: rakéta hajtóereje

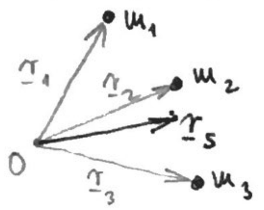
A rakétából másodpercenként μ tömegű hajtóanyag áramlik ki v_{rel} relatív sebességgel:

$$F_{rakéta} = F_{h.anyag} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = v_{rel} \frac{\Delta m}{\Delta t} = \mu v_{rel}$$



IV. Kiterjedt testek mozgása (kitekintés)

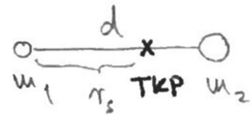
1.) Tömegközéppont



$$\underline{r}_S = \frac{\sum m_i \underline{r}_i}{\sum m_i}$$

↑ TKP helyvektora

példa:



súlyzó

$$r_S = \frac{m_1 \cdot \emptyset + m_2 \cdot d}{m_1 + m_2} = \frac{m_2}{m_1 + m_2} d.$$

2.) Tömegközéppont-tétel:

kiterjedt testekre Newton II: $\sum \underline{F} = m \underline{a}_{TK}$

3.) Perdületmegmaradás (kísérletek: biciklikerék)

Kiterjedt testek mozgása: TKP haladó mozgása + forgómozgás

	haladó mozgás	forgómozgás	
tehetetlenség	m	Θ	← tehetetlenségi nyomaték
gyorsaság	v	ω	← szögsebesség
megmaradó mennyiség	$p = mv$	$N = \Theta\omega$	← perdület