

1. feladat (14 pont)

Írja fel az alábbi differenciálegyenlet általános megoldását, és az $y(\pi) = -\pi$ kezdeti feltételt kielégítő partikuláris megoldást:

$$y' + 2y \cos x = 5e^{-2 \sin x}$$

2. feladat (6+14=20 pont)

a) Ismertesse a szétválasztható változójú differenciálegyenletek definícióját, és megoldásának módszerét (bizonyítás nem kell)!

b) Az $u = 2x + y$ új változó bevezetésével oldja meg az $y' = \frac{4}{2x + y}$ differenciálegyenletet (elegendő a megoldást implicit alakban megadni)!

3. feladat (22 pont)

Adja meg az $y''' + y'' + y' + y = \operatorname{ch}(2x)$ differenciálegyenlet általános megoldását!

4. feladat (12+5=17 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok? Ha igen, adja meg az összegüket!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{3n+2} + (-5)^{n-1}}{3^{2n+1}}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3^{2n+1}}{2^{3n+2} + (-5)^{n-1}}$$

5. feladat (19+8=27 pont)

Konvergensek-e az alábbi sorok? Ha igen, adjon becslést az $s \approx s_{99}$ közelítés hibájára!

$$a) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n+4)7^{n+1}}$$

$$b) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 2}{5n^3 + 4n}$$

IMSC feladat (15 IMSC pont) Egy motorcsónak sebessége állóvízben $v_0 = 20$ km/h. Teljes sebességgel halad, majd a motor leáll, és ezután 40 s alatt a csónak sebessége $v_1 = 8$ km/h-ra csökken. A víz ellenállása arányos a csónak sebességével. Mekkora a csónak sebessége 2 perccel a motor kikapcsolás után?