

Név:.....

Neptun kód:.....

Matematikai logika  
minta zh.

1. Formalizálja a megadott  $\mathcal{L}$  nyelven a következő definíciót: Valamely két vektorra a null vektor csak a triviális lineáris kombinációval állítható elő (a vektortér legalább két dimenziós).  $\mathcal{L}$ :  $+$ ,  $\cdot$ ,  $0$ ;  $Sx$  (skalár tulajdonság).

2. a) Határozza meg a következő formula egy erős Skolem formáját  
 $\forall x(Rxy \vee \forall ySy) \rightarrow \exists ySy \wedge \forall zSz$

b) Igazolja analitikus fa segítségével, hogy

$$\not\models \forall x(Px \rightarrow \exists yTy) \wedge \exists xPx \rightarrow \exists x(Px \wedge Tx)$$

3. Ekvivalensek-e logikailag a következő formula párok? Állításait igazolja!

a)  $(\alpha \rightarrow \beta) \rightarrow \gamma$  és  $\alpha \wedge \beta \rightarrow \gamma$

b)  $\exists x(\alpha \leftrightarrow \beta)$  és  $\exists x\alpha \leftrightarrow \exists x\beta$

4.

a) Mit értünk az  $\alpha$  elsőrendű formula  $[\alpha]$  igazsághalmazán?

b) Elméletet alkotnak-e a következő formulák:  $\{\alpha : \vdash \alpha, \alpha \text{ zárt}\}$  ahol  $\vdash$  Hilbert levezethetőséget jelöl?

c) Adja meg az  $\mathcal{A} \models \alpha$  definícióját - ahol  $\mathcal{A}$  elsőrendű struktúra, és  $\alpha$  egy zárt formula!

d) Fogalmazza meg a Dedukció tételt!

e) Fogalmazza meg a szemantikai kompaktsági tételt a nem-triviális irányban!