1. feladat (8 pont)
Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^n}(x-2)^n$ függvénysor konvergenciatartományát!

2. feladat (7+7=14 pont)
Határozza meg a következő függvények adott középpontú Taylor-sorát, és a sorok konvergenciasugarát!

a) $f(x) = \dfrac{1}{x+3}$, $x_0 = 2$; *b)* $g(x) = e^{3x} \cdot \operatorname{sh}(2x)$, $x_0 = 0$;

3. feladat (5+12+5+5=27 pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{xy}{x^2+2y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Folytonos f az origóban? (Állítását indokolja meg!)

b) Határozza meg az f'_x és f'_y parciális deriváltakat $\mathbb{R}^2$ minden pontjában!

c) Pontosan hol deriválható totálisan az f függvény? (Válaszát indokolja meg!)

d) Határozza meg $\dfrac{\mathrm{d}f(0,0)}{\mathrm{d}\mathbf{v}} = D_{\mathbf{v}}f(0,0)$ iránymenti derivált értékét, ha $\mathbf{v} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\begin{bmatrix}1\\1\end{bmatrix}$!
(*Tanács:* a definícióval dolgozzon!)

4. feladat (18 pont)
Hol és milyen jellegű szélsőértékei vannak az $f(x,y) = 2x^2y + 2xy - 3y^2$ függvénynek?

5. feladat (18 pont)
Ábrázolja a T tartományt egy ábrán, és számolja ki a keresett integrált!

$$T = \left\{ (x,y) \in \mathbb{R}^2 \;\middle|\; \begin{array}{c} 0 \le x \le y/2 \\ y \le 1 + x^2 \end{array} \right\} \qquad \iint_T xy \,\mathrm{d}T = ?$$

6. feladat (15 pont)[1] *Készítsen táblázatot, amiben egyértelműen jelöli válaszait!*

a) Abszolút konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n+2}$ sor az $x = -1$ pontban?

b) Egyenletesen konvergens-e a $\sum_{n=1}^{\infty} nx^n$ sor a $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ halmazon?

c) Van-e olyan $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvény, amely az origóban nem folytonos, de az origóban léteznek a parciális deriváltjai?

d) Az $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvénynek az origóban minden irányban létezik az iránymenti deriváltja. Következik-e ebből, hogy f totálisan deriválható az origóban?

e) Az $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ függvény totálisan deriválható az origóban. Következik-e ebből, hogy f-nek az origóban minden irányban létezik az iránymenti deriváltja?

IMSC feladat (8+7=15 IMSC pont)

$$f(x,y) = \begin{cases} \dfrac{x^3}{x^2+y^2}, & \text{ha } (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & \text{ha } (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

a) Határozza meg f parciális deriváltjait az origóban!

b) A definíció alapján igazolja, hogy a függvény nem deriválható totálisan az origóban!

[1] Csak a végső *igen* vagy *nem* választ értékeljük. Minden helyes válasz 3 pont, helytelen −3 pont.