

Nagypélda

Egy folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása, ahol a_{22} paraméter, a következő:

$$\begin{aligned} x_1' &= -3 x_1 + x_2 + u, \\ x_2' &= -7 x_1 + a_{22} x_2 - u, \\ y &= x_1 + x_2. \end{aligned}$$

- a) Az a_{22} paraméter mely értékei mellett létezik a rendszer átviteli karakterisztikája? (2 pont)
- b) Számítsa ki a rendszer átviteli karakterisztikáját, ha $a_{22} = 1$! (4 pont)
- c) Számítsa ki a válaszjelet, ha a gerjesztőjel: $u(t) = 3 + 10 \cos(\omega t - 0,2) + 2 \cos(2 \omega t)$; $\omega = 2$! (4 pont)

a)
$$\begin{vmatrix} -3 - \lambda & 1 \\ -7 & a_{22} - \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + (3 - a_{22}) \lambda - 3 a_{22} + 7$$

A karakterisztikus polinom Hurwitz polinom, ha $a_{22} < 3$, $a_{22} < \frac{7}{3} \rightarrow a_{22} < \frac{7}{3} = 2,3333$

2 pont

b)
$$H(j\omega) = \underline{c}^T (j\omega \underline{E} - \underline{A})^{-1} \underline{b} + d$$

$$j\omega \underline{E} - \underline{A} = \begin{bmatrix} j\omega + 3 & -1 \\ 7 & j\omega - 1 \end{bmatrix}$$

$$\det(j\omega \underline{E} - \underline{A}) = (j\omega)^2 + 2j\omega + 4$$

$$(j\omega \underline{E} - \underline{A})^T = \begin{bmatrix} j\omega + 3 & 7 \\ -1 & j\omega - 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{adj}(j\omega \underline{E} - \underline{A}) = \begin{bmatrix} j\omega - 1 & 1 \\ -7 & j\omega + 3 \end{bmatrix}$$

$$H(j\omega) = \frac{\underline{c}^T \text{adj}(j\omega \underline{E} - \underline{A}) \underline{b}}{\det(j\omega \underline{E} - \underline{A})} + d = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega - 1 & 1 \\ -7 & j\omega + 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 4} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} j\omega - 2 \\ -j\omega - 10 \end{bmatrix}}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 4}$$

$$H(j\omega) = \frac{-12}{(j\omega)^2 + 2j\omega + 4}$$

4 pont

33,69°

c)
$$H(j\omega)|_{\omega=0} = -3 \quad H(j\omega)|_{\omega=2} = j3 \quad H(j\omega)|_{\omega=4} = \frac{-12}{-12 + j8} = 0,8321 e^{j0,5880}$$

$$y(t) = -9 + 30 \cos(\omega t + 1,3708) + 1,6641 \cos(2 \omega t + 0,5880)$$

78,54° 33,69°

4 pont

Kispéldák

1.) Egy szinuszos FI jel amplitúdója 5, körfrekvenciája 2, kezdőfázisa $0,1 \pi$. Adja meg a jel deriváltjának komplex amplitúdóját!

$$10 e^{j1,8850}$$

1 pont

JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

2.) Mekkora lehet az L periódusú DI jel valós Fourier sorában a legmagasabb frekvenciájú komponens diszkrét körfrekvenciája, ha L páratlan, illetve, ha L páros?

$$\frac{L-1}{L} \pi, \text{ ha } L \text{ páros, és } \pi, \text{ ha } L \text{ páratlan.} \quad 1 \text{ pont}$$

3.) Az $x(t)$ T periódusú páratlan jel: $x(t) = 5$, ha $0 < t < T/2$. Adja meg a jel alapharmonikusának kifejezését!

$$x_1(t) = \frac{20}{\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \quad \left(B_1 = \frac{4}{T} \int_0^{T/2} 5 \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right) dt = \frac{20}{T} \frac{T}{2\pi} \left[-\cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right) \right]_0^{T/2} = \frac{20}{\pi} \right)$$

vagy $x_1(t) = 6,3662 \cos\left(\frac{2\pi}{T}t - \frac{\pi}{2}\right)$ 1 pont

4.) Egy DI rendszer átviteli tényezője $\vartheta_1 = 0,2 \pi$ diszkrét körfrekvencián: $H(e^{j0,2\pi}) = 0,5 e^{-j0,8}$. Adja meg az átviteli tényezőt $\vartheta_2 = 1,8 \pi$ diszkrét körfrekvencián!

$$H(e^{j1,8\pi}) = 0,5 e^{j0,8} \quad 1 \text{ pont} \quad \left(H(e^{j1,8\pi}) = H^*(e^{-j1,8\pi}) = H^*(e^{j0,2\pi}) \right)$$

5.) Adja meg a $h[k] = 10 \varepsilon[k] 0,8^k$ impulzusválaszú DI rendszer átviteli karakterisztikájának kifejezését!

$$H(e^{j\vartheta}) = \frac{10}{1 - 0,8 e^{-j\vartheta}} \quad 1 \text{ pont}$$