

**1. Feladat:** Tekintsünk egy  $X(t)$  gyengén stacionárius sztochasztikus folyamatot, melynek ismert az  $R_X(\cdot)$  autokorrelációs függvénye és az  $m_X$  várható értéke, (ez állandó)! Moduláljunk ezzel a folyamattal amplitúdóban egy véletlen fázisú koszinuszos vívőt! Jelölje az így kapott folyamatot  $Y(t)$ ! Így tehát  $Y(t) = X(t) \cdot \cos(2\pi ft + \varphi)$ , ahol  $f$  konstans,  $\varphi$  pedig egy  $[0, 2\pi]$  fölött egyenletes eloszlású,  $X(t)$ -től független valószínűségi változó.

- Határozza meg az  $Y(t)$  folyamat várható értékét! (5p)
- Határozza meg az  $Y(t)$  folyamat autokorrelációs függvényét! (5p)
- Számítsa ki  $X(t)$  és  $Y(t+T)$  szorzatának várható értékét ( $T$  egy tetszőleges konstans)! (8p)
- Vajon gyengén stacionárius-e az  $Y(t)$  folyamat is? Válaszát indokolja! (2p)

**2. Feladat:** Egy diszkrét emlékezet nélküli véletlen forrás (amelynek aktuális szimbóluma  $\xi$ ) a következő forrás abc-vel, illetve forráseloszlással rendelkezik:

$$\xi \in \{a_1, a_2, a_3, a_4\}$$

$$P(\xi = a_1) = 0.5; \quad P(\xi = a_2) = 0.25; \quad P(\xi = a_3) = 0.15; \quad P(\xi = a_4) = 0.1;$$

az egyes forrásszimbólumokhoz rendelt kódszavak pedig a következők:

$$a_1 \rightarrow \bar{c}_1 = (01); \quad a_2 \rightarrow \bar{c}_2 = (10); \quad a_3 \rightarrow \bar{c}_3 = (011); \quad a_4 \rightarrow \bar{c}_4 = (1011);$$

- Egyértelműen dekódolható-e a fenti kód (indokolja válaszát)? (5p)
- A fenti kódhosszúságokkal lehet-e prefix (mentes) kódot konstruálni? (5p)
- Mondja meg, hogy a fenti szóhosszúságokkal milyen messze esik a kód a tömöríthetőség elvi alsó határától (adja meg az eltérést %-ban)? (10 p)

**3. Feladat:** Egy tömegkiszolgáló rendszerben (ahol a felhasználók száma jóval nagyobb a kiszolgáló egységek számánál) a mérésekkel megállapították, hogy a hívásintenzitás a forgalmas órában 2.48 hívás félpercenként. Megállapították azt is, hogy a másfél percnél hosszabb ideig tartó hívások gyakorisága (valószínűsége) 0.6.

- Adja meg a felajánlott forgalmat! (8p)
- Hány kiszolgáló egységet kell telepíteni, ha a torlódás valószínűsége nem haladhatja meg a 0.001 szintet? (8p)
- Mennyi lesz így a rendszer átlagos kihasználtsága? (4p)

**4. Feladat:** Mekkora lehet a vevőantenna kimenetén a hasznos jel sávjába eső zajteljesítmény, ha az antenna egy 3 dB csillapítású, szobahőmérsékletű kábellel csatlakozik az 1 dB zajtényezőjű erősítőhöz, amelynek kimenetén a jel-zaj viszony 39 dB? Az antenna kimenetén a hasznos jel teljesítménye 2 nW, sáv szélessége 20 MHz. ( $k = 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ W s/K}$ )! (20p)

**5. Feladat:** Adja meg az alábbi fogalmak tömör értelmezését. Amennyiben képletet használ világosan definiálja a bennük szereplő szimbólumok jelentését (helyes válasz 2-2 pont):

- |                               |                               |
|-------------------------------|-------------------------------|
| 1 Ergodicitás                 | 6 Egy kód hibajelző képessége |
| 2 Spektrális sűrűségfüggvénye | 7 PAM rendszerek              |
| 3 Zajtényező                  | 8 Generátormátrix             |
| 4 Frekvencialöket             | 9 Szimbólumközi áthallás      |
| 5 A BSC csatornakapacitása    | 0 PSK                         |

elégtelen	elégséges	közepes	jó	jeles
0–39 pont	40–53 pont	54–67 pont	68–81 pont	82–100 pont

**Megoldások:****1 Feladat:**

a)  $X(t)$  és  $\varphi$  függetlensége miatt  $Y(t)$  várható értéke tényezőinek várható értékének szorzata. A koszinuszos tényező várható értéke azonban zérus, így a szorzat várható értéke is zérus.

$$b) M(Y(t)Y(t+\Delta)) = M(X(t)X(t+\Delta) \cdot \cos(2\Delta ft + \Delta) \cos(2\Delta ft + 2\Delta f\Delta + \Delta))$$

A tényezők függetlenségét kihasználva:  $M(Y(t)Y(t+\Delta)) = R_X(\Delta) \cdot \frac{1}{2} \cos(2\Delta f\Delta)$ .

c)  $M(X(t)Y(t+T)) = M(X(t)X(t+\Delta) \cdot \cos(2\Delta ft + 2\Delta fT + \Delta))$ , amely az a) pontban foglaltaknál fogva ugyancsak zérus.

d) Az a) és a b) pontokban foglaltak miatt  $Y(t)$  is gyengén stacionárius.

**2 Feladat**

a) Mivel pl. az első kódszó előtagja a harmadiknak, e kód nem prefix kód. Ebből ugyan nem következik, hogy nem is dekódolható egyértelműen, de a dolog gyanús. Érdekes ellenpéldát keresni: a 011|01|011 sorozat másik olvasata 01|10|1011.

b) A Kraft egyenlőtlenség teljesül, tehát lehet.

c) A forrás entrópiája:

$$H = \sum_{i=1}^4 P(\xi = a_i) \cdot \lg\left(\frac{1}{P(\xi = a_i)}\right) \cong 0.5 + 0.5 + 0.41 + 0.332 = 1.742$$

A megadott kódszóhosszakkal az átlagos kódszóhossz:

$$L = \sum_{i=1}^4 P(\xi = a_i) \cdot l_i \cong 1 + 0.5 + 0.45 + 0.4 = 2.35$$

Azaz az elvi alsó határhoz képest 35% a többlet.

**3 Feladat**

a) A hívásintenzitás  $2 \cdot 2.48 = 4.96$  hívás percenként. A  $h$  átlagos tartási idővel kapcsolatosan azt tudjuk, hogy

$$P(\tau > 1.5) = e^{-1.5/h} = 0.6.$$

Ebből  $h=2.936$  perc. A felajánlott forgalom kettejük szorzata: 14.56 erlang.

b) A mellékelt táblázatból visszaolvasva  $N=27$ .

c) A lebonyolított forgalom (munkával töltött összidő egy óra alatt):

$$Y = A(1 - E_N(A)) \cong 14.54 \text{ erlang},$$

de ezt a munkát 27-en végzik. Átlagos kihasználtságuk tehát:  $14.64/27=0.538$ .

**4 Feladat:** Célszerű az antenna kimenetére számolni. Mivel az erősítő és a kábel együttesének zajtényezője  $LF$ , az antenna kimenetén a redukált eredő zajhőmérséklet:

$$T_e = T_{ant} + T_0(LF - 1).$$

A jel-zaj viszony e ponton ugyanakkora, mint az erősítő kimenetén (ide redukáltuk az erősítő zaját is!), a 39 dB-nek megfelelő 8000. Tehát:

$$P_{jel} = 8000 \cdot kT_e B.$$

$$\text{Ez utóbbiból: } T_e = \frac{2 \cdot 10^{-9}}{8 \cdot 10^3 \cdot 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 2 \cdot 10^7} \cong 906 \text{ K}$$

Az első egyenlethől pedig:  $T_{ant} = 906 - 290 \cdot (2 \cdot 1.26 - 1) \cong 906 - 441 = 465 \text{ K}$ . A teljesítmény tehát:

$$P_{ant} = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 465 \cdot 2 \cdot 10^7 = 1.28 \cdot 10^{-13} = 0.128 \text{ pW}.$$