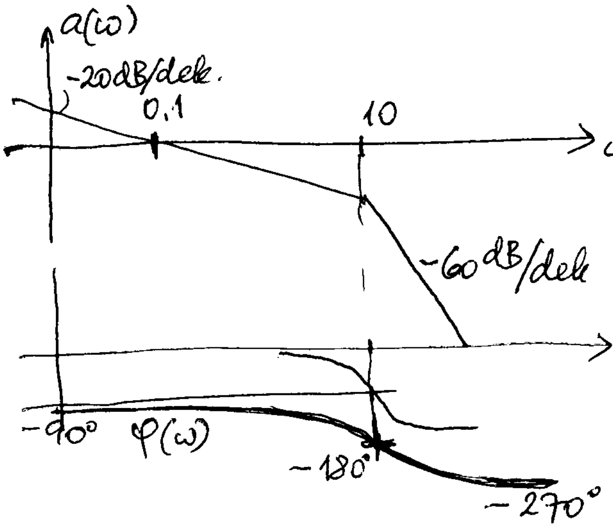
1. ZH. A CSOPORT, MEGOLDÁSOK 2011.10.18.

A-1

1.)



a.) $L(j\omega)=\dfrac{0.1}{j\omega}\,\dfrac{1}{1-\omega^2+2\xi j\omega}$

$$|L(j\omega)|=\frac{0.1}{\omega}\,\frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2)^2+4\xi^2\omega^2}}$$

$$|L(j\omega)|_{\omega=1}=\frac{0.1}{2\xi}=1 \quad \boxed{\xi=0.05}$$

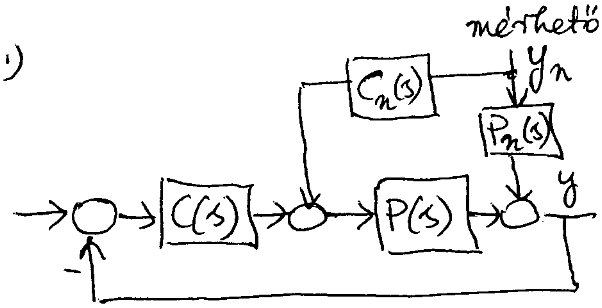
b.) 1 típusú rendszer.

hiba: $1(t)$-re 0

$t1(t)$-re $1/K=1/0.1=10$

$t^2/2\,1(t)$-re ∞.

2.)

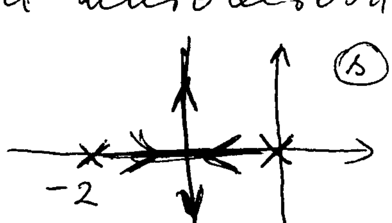


$$P_n(s)+C_n(s)\cdot P(s)=0$$

$$C_n(s)=-\frac{P_n(s)}{P(s)}$$

Realizálható, ha $P(s)$ nem tartalmaz holtidőt, és $C_n(s)$ nevezőjének fokszáma $\geq$ számlálójának fokszámánál.

3.) A gyökhelygörbe a zárt rendszer karakterisztikus egyenletének gyökeit (az eredő átviteli függvény pólusait) adja meg, miközben valamelyik paraméter (rendszerint a hurokerősítés) értékeit változtatjuk 0 és ∞ között.



A zárt szabályozási rendszer strukturálisan stabilis. Kis erősítéseknél a tranziens aperiodikus, nagyoknál csillapított lengések lépnek fel.

4.) $\dot{X}=AX+bu$

$y=c^TX+du$

Állapotirányítható a rendszer, ha az állapotváltozók a kezdeti állapotukból egy előre megadott végállapotba vihetők egymástól függetlenül.

Kanonikus alakban b nem tartalmaz 0-t (csupa 0-kból álló sort) és A sajátértékei különbözők.

Általános alakban a Kalman-féle irányíthatósági hipermátrix:

$M_c = [b \quad Ab \quad \dots \quad A^{n-1}b]$ oszlopai lineárisan függetlenek legyenek. (rangja n legyen)

$M_c = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$; $\det M_c = 0$ Nem állapotirányítható.

5.) $\frac{K}{\omega} = \frac{K}{2} = 0.5 \Rightarrow \boxed{K=1}$

$-\frac{\pi}{2} - \omega T = -\cancel{\frac{\pi}{2}} - 2T = -\cancel{\frac{\pi}{2}} - \frac{\pi}{4} \Rightarrow \boxed{T = \frac{\pi}{8}}$

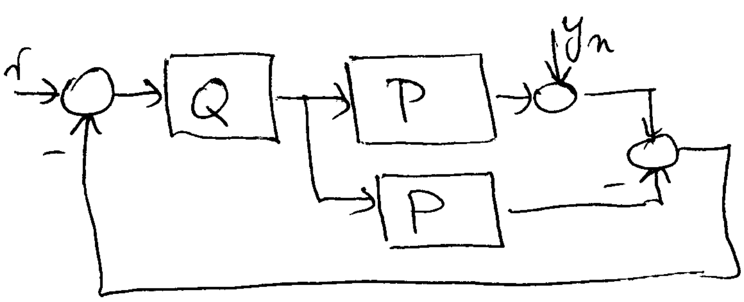
6.) $P(s) = c^T (sI - A)^{-1} b =$

$= [0 \quad 1] \begin{bmatrix} s & -5 \\ 4 & s \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix} = \frac{[0 \quad 1] \begin{bmatrix} s & 5 \\ -4 & s \end{bmatrix}}{s^2+20} \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \end{bmatrix}$

$P(s) = \frac{-3s}{s^2+20}$

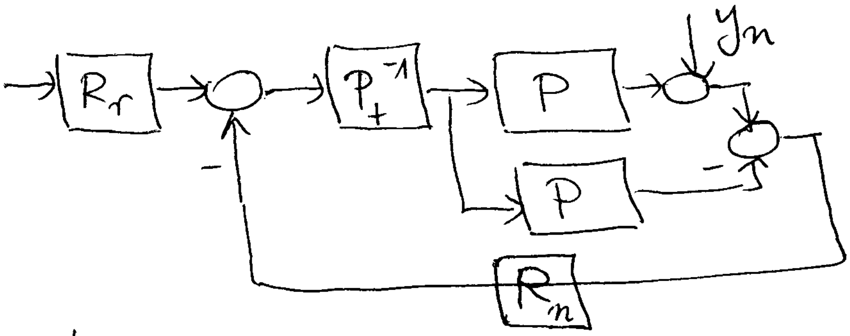
7.) Robusztus stabilitás:
A folyamat bizonytalansága: $\Delta P = P - \hat{P} \leftarrow$ névleges modell
$\ell = \Delta P / \hat{P}$. A szabályozás robusztusan stabilis, ha
$|\ell(j\omega)| < 1/|\hat{T}(j\omega)|$ $\forall\omega$-ra, ahol $\hat{T} = \hat{L}/(1+\hat{L})$.

8.) Youla paraméter: $Q = \frac{C}{1+CP}$; $P = P_+ \cdot P_-$
Egyenértékű szabályozási struktúrák:

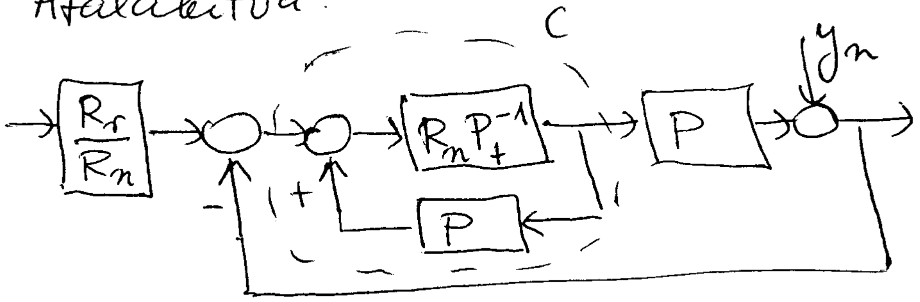


Legyen $Q = P_+^{-1}$.

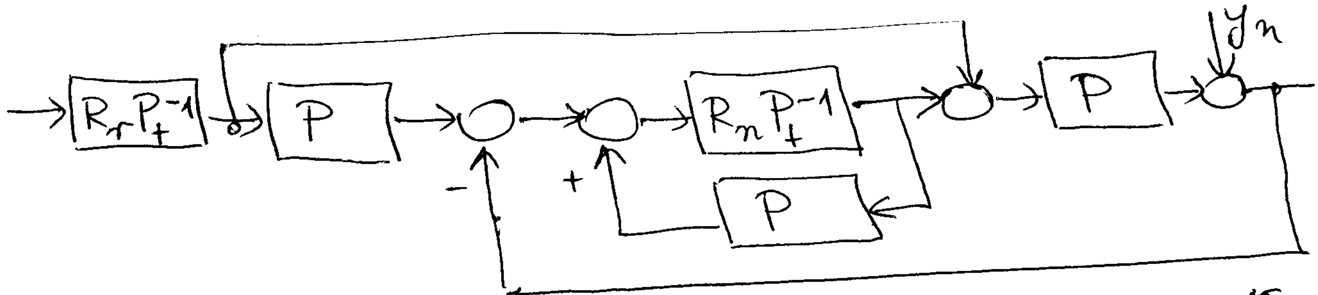
Szűrővel kiegészítve:



Átalakítva:



$$C = \frac{R_n P_+^{-1}}{1 - R_n P_-}$$



$$P(s) = \frac{1}{1+5s} e^{-10s} \; ; \quad P_+ = \frac{1}{1+5s} \; ; \quad P_- = e^{-10s}$$

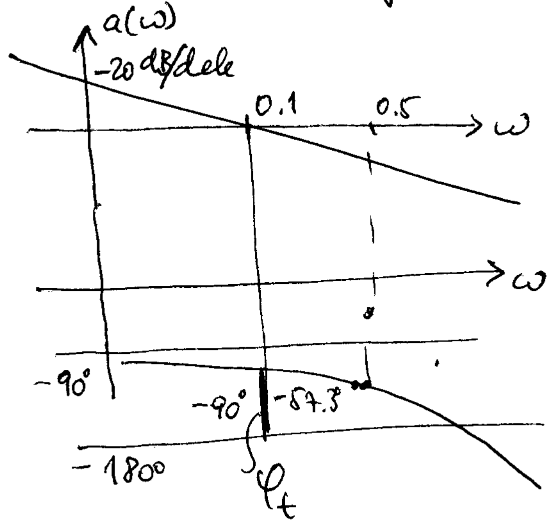
$$R_r = \frac{1}{1+2s} \; ; \quad R_n = \frac{1}{1+s} .$$

$$R_r P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+2s} \; ; \quad R_n P_+^{-1} = \frac{1+5s}{1+s}$$

1. ZH. B CSOPORT, MEGOLDÁSOK, 2011.10.18.

B – 1

1.) a, $L(j\omega) = \dfrac{e^{-2j\omega}}{10\,j\omega}$



b.) $\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} - 2\omega$

$$\varphi_t = 180° + \varphi(\omega = 0.1) = \pi - \frac{\pi}{2} - 0.2 =$$
$$= \frac{\pi}{2} - 0.2 \rightarrow 90° - 11.46° = 78.54°$$

$\varphi_t > 0$, stabilis.

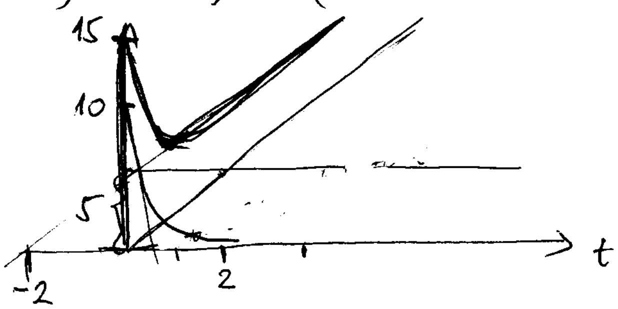
c.) 1 típusú rendszer.

$1(t) \rightarrow e = 0$

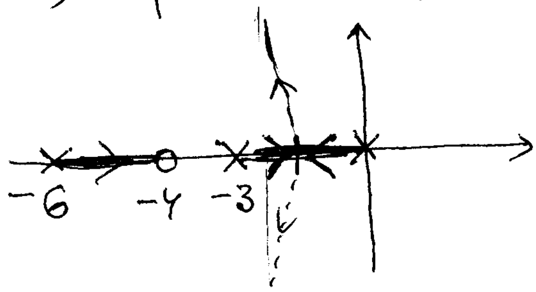
$t\,1(t) \rightarrow e = 1/K = 10$

$t^2/2\,1(t) \rightarrow e \rightarrow \infty$

2.) $v(t) = 5\left(1(t) + 0.5\,t\,1(t) + 2\cdot e^{-2t}\right)$



3.) Definíció: A/3.



Szakaszok a valós tengelyen:
0 és -3 között, -4 és -6 között.
(Az adott ponttól jobbra páratlan a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege.)

4.) $\dot{X} = AX + bu$

$y = c^T X + du$

$$X(t) = e^{At}X(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} B\, u(\tau)\, d\tau$$

$$e^{\begin{bmatrix} -0.2 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} t} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-0.2t} & 0 \\ 0 & e^{-t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-0.2t} \\ 2e^{-t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} e^{-1} \\ 2e^{-5} \end{bmatrix}$$

5.) $\dfrac{K}{\omega\sqrt{1+\omega^2T^2}} = 0.5$; $-90° - \mathrm{arctg}\,\omega T = -135°$

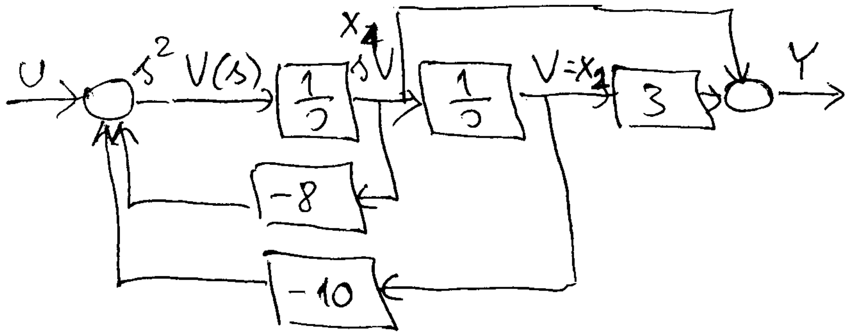
$\omega T = 1$; $\omega = 2$; $\boxed{T = 0.5}$

$K = 0.5\cdot 2\sqrt{1+1} = \sqrt{2}$ $\boxed{K = \sqrt{2}}$

6.) $H(s) = \dfrac{s+3}{s^2+8s+10} = \dfrac{Y(s)}{U(s)}$

$\dfrac{V(s)}{U(s)} = \dfrac{1}{s^2+8s+10}$; $Y(s) = V(s)(s+3)$

$s^2 V(s) = U(s) - 8s V(s) - 10 V(s)$



$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 & -10 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u \; ; \quad y = \begin{bmatrix} 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + 0 \cdot u$$

7.) Érzékenységi függvény: $S = \dfrac{\Delta T / T}{\Delta P / P} = \dfrac{1}{1+CP}$

Megmutatja, hogy a szakasz relatív megváltozása mennyire befolyásolja az eredő átviteli függvény relatív megváltozását.

8.) Lásd A/8.

$P(s) = \dfrac{1}{1+2s} e^{-5s}$; $P_+ = \dfrac{1}{1+2s}$

$R_r = \dfrac{1}{1+s}$; $R_n = \dfrac{1}{1+0{,}5s}$

$R_r \cdot P_+^{-1} = \dfrac{1+2s}{1+s}$; $R_n P_+^{-1} = \dfrac{1+2s}{1+0{,}5s}$