

Sztochasztika 2 pótpótZH

2013. december 19. 8:00

Felsőbb matematika tárgy, informatikus MSc.

Munkaidő: 45 perc.

1. (6 pont) Egy asztalon három dobókocka van. Egy szabályos, kettő pedig cinkelt – az egyik cinkelten a 6-os valószínűsége $\frac{1}{2}$, a másikon $\frac{1}{10}$. Vaktában felveszünk egy kockát és addig dobáljuk, amíg ki nem jön egy 6-os. Mennyi a szükséges dobások számának várható értéke?
2. (6 pont) Egy útkereszteződésen percenként átlagosan 5 személyautó és 2 teherautó megy keresztül. (A többi jármű száma elhanyagolható.) A személyautók $\frac{1}{4}$ valószínűséggel mennek a megengedettnél gyorsabban, a teherautók pedig $\frac{1}{8}$ valószínűséggel, egymástól függetlenül. Mennyi a valószínűsége, hogy egy két perc hosszúságú időintervallumban legalább 3 gyorsajtó halad át a kereszteződésen?
3. (8 pont) A „Mindent Bele” számítógépes vírus nem túl óvatos: amit csak tud, megpróbál megfertőzni. Emiatt az esetek 99%-ában azonnal észre is veszi egy vírusirtó vagy egy rendszergazda, és letörli. A maradék 1%-nyi esetben viszont nem bukik le azonnal, hanem fertőz, és pedig az előzményektől független véletlen számú gépet, aminek eloszlása $\frac{1}{100}$ paraméterű pesszimista geometriai. (Vagyis $\mathbb{P}(k \text{ fertőzés} \mid \text{nem bukik le azonnal}) = \left(\frac{99}{100}\right)^k \frac{1}{100}$, ahol $k = 0, 1, 2, \dots$) Kezdetben a vírusból egyetlen példányt engednek szabadon. Jelölje X ezen legelső példány által megfertőzött gépek számát.
 - a.) Számoljuk ki X generátorfüggvényét. *Tipp: számolhatjuk az eloszlást teljes valószínűség tétellel, vagy közvetlenül a generátorfüggvényt teljes várható érték tétellel.*
 - b.) Mennyi X várható értéke? *Tipp: ez számolható az előző eredmény felhasználásával, vagy közvetlenül is.*
 - c.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus legkésőbb a második generációra kihal? (A legelső példány alkotja egyedül a nulladik generációt.)
 - d.) Mennyi a valószínűsége, hogy a vírus terjedése előbb-utóbb megáll?
 - e.) Mennyi a vírus terjedése során megfertőzött összes gép számának várható értéke?