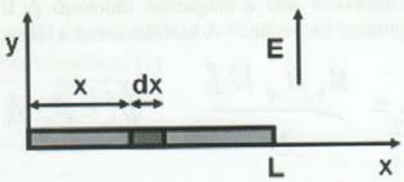
Villamosmérnök alapszak Fizika2 4. vizsga, 2017 jún. 15.	F1	F2	F3	F4	M	E1	E2	E3	E4	E5	Összesen	Bónusz	

NÉV: ____________________

Neptun kód: ____________________

Előadó: Márkus ☐ / Sarkadi-Barócsi ☐

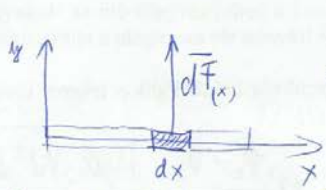
1. Adott egy L hosszúságú rúd, melynek egyik vége az origóban, másik vége az $x=L$ koordinátájú pontban van. A rúd INHOMOGÉN eloszlású elektromos töltéssel rendelkezik. A rúd vonalmenti töltéssűrűségét a $\lambda(x)=\alpha x$ függvény adja meg, ahol α egy konstans. A rúd y tengellyel párhuzamos homogén E nagyságú elektromos térbe van helyezve.



a) Mekkora $dF(x)$ erő hat a rúd x koordinátájú, dx infinitezimális hosszúságú darabjára a külső elektromos térrel való kölcsönhatás következtében? (1)

$$dq = \lambda(x)\, dx = \alpha x\, dx$$

$$d\bar{F}_{(x)} = E \cdot dq = \boxed{E \alpha x\, dx}$$



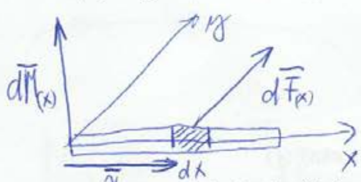
$d\bar{F}_{(x)} \parallel \hat{y}$

b) Mekkora a rúdra ható erők eredője? (1,5)

Mivel $d\bar{F}_{(x)} \parallel \hat{y} \Rightarrow |\bar{F}_e| = |\sum d\bar{F}_{(x)}| = \sum |d\bar{F}_{(x)}|$ és $\bar{F}_e \parallel \hat{y}$

$$F_e = \int_0^L dF_{(x)}\, dx = \alpha E \int_0^L x\, dx = \alpha E \left[\frac{x^2}{2}\right]_0^L = \boxed{\frac{\alpha E L^2}{2}}$$

c) Mekkora a rúd x koordinátájú, dx infinitezimális hosszúságú darabjára ható erő origóra vonatkoztatott $dM(x)$ forgatónyomatéka? (1)



$d\bar{F}_{(x)} \parallel \hat{y}$ $\quad \bar{r} \parallel \hat{x}$ $\quad |\bar{r}| = x$ $\quad d\bar{M}_x = \bar{r} \times d\bar{F}_{(x)} \Rightarrow d\bar{M}_{(x)} \parallel \hat{z}$

$$|d\bar{M}_{(x)}| = |\bar{r} \times d\bar{F}_{(x)}| = |\bar{r}| \cdot |d\bar{F}_{(x)}| = x \cdot E\alpha \cdot x\, dx$$

$$dM_x = \boxed{\alpha E x^2\, dx}$$

d) Mekkora a rúdra ható erők forgatónyomatékainak eredője? (1,5)

Mivel $d\bar{M}_{(x)} \parallel \hat{z} \Rightarrow |\bar{M}_e| = |\sum d\bar{M}_{(x)}| = \sum |d\bar{M}_{(x)}|$ és $\bar{M}_e \parallel \hat{z}$

$$M_e = \int_0^L dM_{(x)}\, dx = \alpha E \int_0^L x^2\, dx = \alpha E \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^L = \boxed{\frac{\alpha E L^3}{3}}$$

2. Adott egy l hosszúságú, N menetes, A keresztmetszetű légmagos szolenoid tekercs, melyben konstans I áramot folyatunk.

a) Mekkora a mágneses indukció ϕ_1 fluxusa a tekercs keresztmetszetére vonatkoztatva? (1)

$$B_1 = \frac{\mu_0 N I}{l} \quad \phi_1 = \int \bar{B}_1 d\bar{A} = B_1 \cdot A = \boxed{\frac{\mu_0 N I A}{l}}$$

/ Mivel $\bar{B}_1 \parallel \bar{A}$ és B homogén /

b) Mekkora lesz a mágneses indukció ϕ_2 fluxusa, ha a tekercsbe μ_r relatív mágneses permeabilitású vasmagot helyezünk? A kísérlet során a tekercsben folyó áram nem változik. (1)

$$B_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N I}{l} \quad \phi_2 = B_2 A = \boxed{\frac{\mu_0 \mu_r N I A}{l}}$$

c) Átlagosan mekkora feszültség indukálódik a tekercs kivezetései között, ha a vasmag behelyezését Δt idő alatt hajtottuk végre? (1)

$$|U_{áte}| = N \cdot \frac{d\phi}{dt} = N \frac{\phi_2 - \phi_1}{\Delta t} = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 I A}{l \cdot \Delta t} (\mu_r - 1)}$$

d) Mennyi elektromos munkát végzett az áramforrás a kísérlet során? (1)

$$P_{áte} = U_{áte} \cdot I \quad W = P_{áte} \cdot \Delta t = U_{áte} \cdot I \Delta t = \frac{\mu_0 N^2 I A}{l \Delta t} (\mu_r - 1) \cdot I \Delta t$$

$$W = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 I^2 A}{l} (\mu_r - 1)}$$

e) Mennyivel változott meg a tekercs mágneses terének energiája a kísérlet során? (1)

$$L_1 = \frac{\mu_0 N^2 A}{l} \quad L_2 = \frac{\mu_0 \mu_r N^2 A}{l}$$

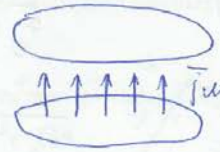
$$\mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} L_1 I^2 \quad \mathcal{E}_2 = \frac{1}{2} L_2 I^2$$

$$\Delta \mathcal{E} = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_1 = \frac{1}{2} I^2 (L_2 - L_1) = \boxed{\frac{\mu_0 N^2 A I^2}{2l} (\mu_r - 1)}$$

3. Két R sugarú vezető körlapból síkkondenzátort készítünk, a lemezek távolsága d. A lemezek között $E(t)=E_0\sin(\omega t)$ függvény szerint változó homogén elektromos tér mérhető.

a) Határozza meg a lemezek között az eltolási áramsűrűség nagyságát az idő függvényében! (1)

$$j_{elt}=\varepsilon_0\cdot\frac{dE}{dt}=\boxed{\varepsilon_0 E_0\cdot\omega\cdot\cos(\omega t)}$$



b) Határozza meg a lemezek közt folyó eltolási áramot az idő függvényében! (1)

$$I_{elt}=\int \bar{j}_{elt}\cdot d\bar{A}=j_{elt}\cdot R^2\pi=\boxed{\varepsilon_0 E_0 R^2\pi\,\omega\cos(\omega t)}$$

/Mivel $\bar{j}_{elt} \parallel d\bar{A}$ és $\bar{j}_{elt}$ homogén/

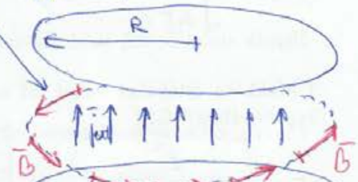
c) Határozza meg a mágneses indukció $B(t)$ nagyságát az idő függvényében a kondenzátorlemezek által definiált R sugarú henger palástján! (1) Ábrával illusztrálja a mágneses tér irányát! (0,5)

$$\oint \bar{B}\,d\bar{l}=\mu_0\left(I+I_{elt}\right)$$ ← /Körintegrál: R sugarú gyűrűre/ $I=0$

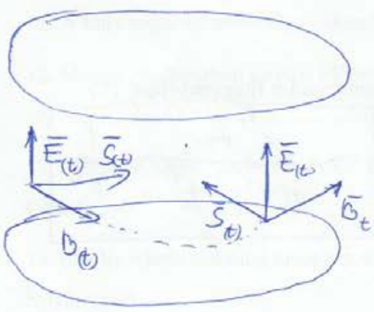
⇓ Forgásszimmetria miatt, valamint $\bar{B}\parallel d\bar{l}$

$$B\cdot 2R\pi=\mu_0 I_{elt}=\mu_0\varepsilon_0 E_0 R^2\pi\cdot\omega\cos(\omega t)$$

$$\boxed{B_{(t)}=\frac{\mu_0\varepsilon_0 E_0 R\omega}{2}\cos(\omega t)}$$



c) Határozza meg a Poynting-vektor $S(t)$ nagyságát az idő függvényében a kondenzátorlemezek által definiált R sugarú henger palástján! (1) Ábrával illusztrálja a Poynting-vektor irányát! (0,5)



$$\bar{S}_{(t)}=\frac{1}{\mu_0}\bar{E}_{(t)}\times\bar{B}_{(t)} \qquad \bar{E}\perp\bar{B}$$

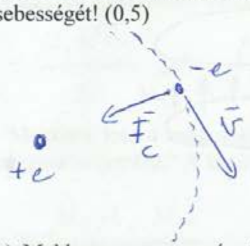
$$|\bar{S}_{(t)}|=\frac{1}{\mu_0}|\bar{E}_{(t)}||\bar{B}_{(t)}|$$

$$S_{(t)}=\frac{1}{\mu_0}\cdot E_0\sin(\omega t)\frac{\mu_0\varepsilon_0 E_0 R\omega}{2}\cos(\omega t)$$

$$S_{(t)}=\frac{\varepsilon_0 E_0^2 R\omega}{2}\sin(\omega t)\cos(\omega t)=\frac{\varepsilon_0 E_0^2 R\omega}{4}\sin(2\omega t)$$

4. A Bohr-féle atommodell szerint a hidrogénatom egy nyugvó protonból és egy körülötte r sugarú körpályán keringő elektronból áll. A proton töltése e, az elektron tömege m, töltése $-e$.

a) Írja fel az elektron mozgásegyenletét a klasszikus fizika törvényei szerint, (1) és fejezze ki az elektron sebességét! (0,5)



$$\bar{F}_c = m\,\bar{a}_{cp}$$

$$\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = m\frac{v^2}{r} \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r m}}}$$

b) Mekkora az r sugarú pályán keringő részecske impulzusmomentuma? (0,5) A Bohr-féle kvantálási feltétel alkalmazásával határozza meg, mely pályasugarak valósulhatnak meg a hidrogénatomban az n főkvantumszám függvényében? (1)

$$L = m v r = \sqrt{\frac{e^2 m r}{4\pi\varepsilon_0}} \qquad L = \hbar n \qquad n = 1, 2, 3 \ldots$$

$$\hbar n = \sqrt{\frac{e^2 m r}{4\pi\varepsilon_0}} \Rightarrow \hbar^2 n^2 = \frac{e^2 m r}{4\pi\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{r_n = \frac{4\pi\varepsilon_0 \hbar^2}{e^2 m}\cdot n^2}$$

c) Mekkora értékeket vehet fel az elektron sebessége (0,5) és mozgási energiája a főkvantumszám függvényében? (0,5)

$$v_n = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n m}} = \sqrt{\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 \frac{\hbar^2\cdot 4\pi\varepsilon_0}{e^2 m}\cdot n^2\cdot m}} = \boxed{\sqrt{\frac{e^4}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2 n^2}}}$$

$$E_{mozg(n)} = \frac{1}{2} m v_n^2 = \boxed{\frac{e^4 m}{32\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}}$$

d) Mekkora értékeket vehet fel az elektron potenciális energiája a főkvantumszám függvényében? (1)

$$E_{pot(n)} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0 r_n} = -\frac{e^2}{4\pi\varepsilon_0\cdot\frac{4\pi\varepsilon_0\hbar^2}{e^2 m}\cdot n^2} = \boxed{-\frac{e^4 m}{16\pi^2\varepsilon_0^2\hbar^2}\cdot\frac{1}{n^2}}$$

Villamosmérnök alapszak Fizika2	4. vizsga, 2017. jún. 15.

Kifejtendő kérdések

Tömör, lényegre törő, vázlatszerű, fizikailag és matematikailag pontos válaszokat várunk.
Ha szükséges, rajzoljon magyarázó ábrákat!

1. Írja fel matematikai alakban az elektrosztatika Gauss-törvényét (0,5), és fogalmazza meg a törvényt egész mondatban! (1) A Gauss-törvény felhasználásával vezesse le, hogyan változik az elektromos térerősség egy homogén ρ töltéssűrűségű gömb belsejében a középponttól mért távolság függvényében! (1,5)

$$\boxed{\oint \bar{E}\,d\bar{A} = \frac{Q}{\varepsilon_0}}$$

A elektromos térerősség zárt felületre vett integrálja megegyezik a felület által bezárt töltések $1/\varepsilon_0$-szorosával

Zárt felület: r sugarú gömb

Bezárt töltés: $Q_{(r)} = V_{(r)} \cdot \rho = \frac{4}{3} r^3 \pi \rho$

$$\underset{\uparrow\atop \bar{E}\,\|\,d\bar{A}}{\oint \bar{E}\,d\bar{A} =} \oint |\bar{E}|\,|d\bar{A}| \underset{\uparrow \atop \text{gömbszimmetria}}{=} |\bar{E}| \oint |d\bar{A}| = |\bar{E}| \cdot 4 r^2 \pi$$

gömb felszíne

$$4 r^2 \pi E = \frac{4 r^3 \pi \rho}{3 \varepsilon_0}$$

$$\Downarrow$$

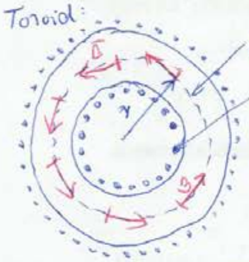
$$\boxed{E_{(r)} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r}$$

2. Írja fel matematikai alakban az Ampére-féle gerjesztési törvényt (0,5) és fogalmazza meg egész mondatban is. (1) Ábra és levezetés segítségével mutassa meg, az Ampére-törvény alkalmazásával hogyan számítható ki a mágneses indukció egy toroid tekercs belsejében! (1,5)

$$\boxed{\oint \bar{B}\,d\bar{l} = \mu_0 \sum I}$$

A mágneses indukció zárt görbére vett integrálja megegyezik a görbe által határolt területen átfolyó áramok μ_0-szorosával

Toroid:



Zárt görbe: r sugarú kör (toroid középköre)

N db I árammal átjárt vezeték $\Rightarrow \sum I = NI$

$$\mu_0 N I = \oint \bar{B}\,d\bar{l} \underset{\uparrow \atop \bar{B}\,\|\,d\bar{l}}{=} \oint |\bar{B}|\,|d\bar{l}| \underset{\uparrow \atop \text{forgásszimmetria miatt}}{=} |\bar{B}| \oint |d\bar{l}| = |\bar{B}| \cdot 2 r \pi$$

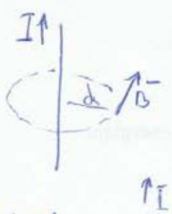
kör kerülete

$$\mu_0 N I = B \cdot 2 r \pi$$

$$\Downarrow$$

$$\boxed{B = \frac{\mu_0 N I}{2 r \pi}}$$

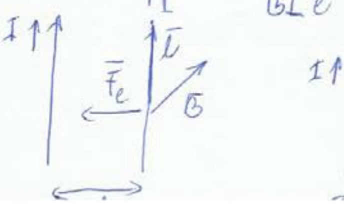
3. Írja fel egy igen hosszú, *I* árammal átjárt vezetőtől *d* távolságban kialakuló mágneses indukció nagyságát megadó összefüggést. (0,5) Definiálja egy *l* hosszúságú, ***B*** mágneses indukciójú térbe helyezett *I* árammal átjárt vezetékre ható Lorentz-erő vektorát! (0,5) A fentiekből kiindulva vezesse le két párhuzamos, egymástól *d* távolságra levő, *I* árammal átjárt egyenes vezetők *l* hosszúságú szakaszai közt ébredő Lorentz-erő nagyságát! (1) Ábrával szemléltesse a vezetékekre erők vektorait egy irányba, illetve ellentétes irányba folyó párhuzamos áramok esetén! (1)

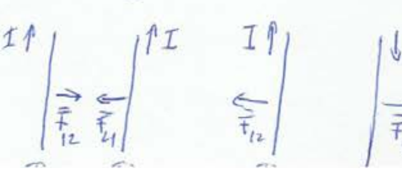


$$B = \frac{\mu_0 I}{2 d \pi}$$

$$\bar{F}_l = I(\bar{l} \times \bar{B})$$

$$\bar{B} \perp \bar{l} \Rightarrow F_l = I l \cdot B = I l \cdot \frac{\mu_0 I}{2 d \pi} = \boxed{\frac{\mu_0 I^2}{2 d \pi} l}$$





4. Adja meg egy x irányban terjedő, y irányban polarizált elektromágneses síkhullám $E(x,t)$ elektromos térerősségének nagyságát a hely és az idő függvényében! (0,5) Nevezze meg a kifejezésben szereplő fizikai mennyiségeket! (0,5) Írja fel a hullámtérben mérhető mágneses indukció $B(x,t)$ hely- és időfüggésének nagyságát! (0,5) Levezetés segítségével mutassa meg, hogy az elektromos tér energiasűrűsége minden időpontban, minden helyen megegyezik a mágneses tér energiasűrűségével. (1,5)

$$E_{(x,t)} = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

E_0: elektromos tér amplitúdója

$$B(x,t) = B_0 \sin(kx - \omega t)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$: hullámszám, λ hullámhossz

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ körfrekvencia, T periódusidő

$$B_0 = \frac{E_0}{c}$$

$$w_E = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_{(x,t)}^2 = \frac{1}{2}\varepsilon_0 \cdot E_0^2 \sin^2(kx - \omega t)$$

$$w_B = \frac{1}{2\mu_0} \cdot B_{(x,t)}^2 = \frac{1}{2\mu_0} \cdot B_0^2 \sin^2(kx - \omega t) = \frac{1}{2\mu_0} \cdot \frac{E_0^2}{c^2} \cdot \sin^2(kx - \omega t) =$$

$$w_B = \frac{1}{2\mu_0} \cdot \varepsilon_0 \mu_0 \cdot E_0^2 \sin^2(kx - \omega t) = \frac{1}{2}\varepsilon E_0^2 \sin^2(kx - \omega t) = w_E$$

$$\frac{1}{c^2} = \varepsilon_0 \mu_0$$

5. Nevezze meg, hogy a Schrödinger-féle atommodellben szereplő fő-, mellék, illetve mágneses kvantumszám az elektron mely fizikai tulajdonságát határozza meg. (1,5) Írjon fel matematikai összefüggést, mely kapcsolatot teremt az adott kvantumszám és a megfelelő fizikai mennyiség között! (Elegendő arányosság megadása is.) (1,5)

főkvantumszám: $n \rightarrow E_n = -\frac{e^4 m}{32\pi^2 \varepsilon_0^2 \hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$ Elektron energiája

mellékkvantumszám: $l \rightarrow L^2 = \hbar^2 \cdot l(l+1)$ Elektron impulzusmomentumának négyzete

mágneses kvantumszám: $m \rightarrow L_z = \hbar \cdot m$ Elektron impulzusmomentumának z-komponense

Villamosmérnök alapszak Fizika2	4. vizsga, 2017. jún. 15.

Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Az SI mértékrendszer alapmennyiségei közt szereplő egyetlen csak elektromossághoz köthető alapmennyiség a(z) ....áramerősség............

2. A Van de Graaff – generátor gömbkondenzátorába a töltéseket egy mozgó szalag szállítja. A szalagot szükségszerűen ...szigetelő............... anyagból kell készíteni.

3. Feltöltött síkkondenzátor lemezeit eltávolítjuk egymástól, miközben a kondenzátor töltése nem változott. A kondenzátor energiája .....nő..................

4. A vákuum dielektromos állandójának mértékegysége ......$\frac{As}{Vm} = \frac{F}{m}$...............................

5. A fémfelülettel határolt zárt üreg neve ......Faraday - kalitka............................., mely a külső elektrosztatikus teret leárnyékolja.

6. Egy vezető anyag fajlagos vezetőképessége ....nem.............................. függ a vezeték keresztmetszetétől.

7. 50 Hz-es váltakozóáram folyik két párhuzamos vezetékben. A két vezeték közt periodikusan ébredő erő frekvenciája ....100 Hz.................

8. Szolenoid tekercs mágneses terét egyszerűen kiszámíthatjuk az Ampére-féle gerjesztési törvény segítségével, ha feltételezzük, hogy a mágneses tér a szolenoid belsejében ..homogén...........

9. Ferromágneses anyag paramágnesessé válik a ...Curie-hőmérséklet......... felett.

10. A ferromágneses anyagokban kialakuló, azonos irányú mágneses momentumokkal rendelkező atomok csoportját .....doménnek..................... nevezzük.

11. A fény terjedési sebessége vákuumban ε_0 és μ_0 állandókkal kifejezve: ....$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}}$.........

12. Mozgó rendszerben azonos időben, különböző helyen bekövetkező események a nyugvó rendszerből nézve ....különböző.............. időben következnek be.

13. Compton szórás során a szóródó foton hullámhossza mindig ..nagyobb........., mint a beérkező fotoné.

14. Ideális fekete test által kisugárzott teljesítmény arányos a test hőmérsékletének ....4.......... hatványával.

15. Fotoeffektus során egy fémlemezből csak akkor lépnek ki elektronok, ha a beérkező foton energiája meghaladja a ....kilépési munkát..........................