I, Az ideális gázok állapotegyenlete

1.) Múlt órán láttuk:

$$\boxed{pV = NkT} \leftarrow \text{állapotegyenlet}$$

ahol $p :=$ nyomás, $[p] = \frac{N}{m^2} = Pa$ (pascal)

$k :=$ Boltzmann-áll., $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23} \frac{J}{K}$

$T :=$ abszolút hőmérséklet, $[T] = K$

2.) Más alakok:

mólszám: $n = \frac{N}{N_A}$, $N_A = 6{,}0 \cdot 10^{23} \frac{1}{mol}$,

sűrűség: $\rho = \frac{m}{V}$, $m = n \cdot M$ ← moláris tömeg

a.) $pV = n\underbrace{(N_A k)}_{= R = 8{,}314 \frac{J}{mol\,K}} \cdot T$ (egyetemes gázállandó)

ezzel: $\boxed{pV = nRT}$

b.) $pV = \frac{m}{M} RT = \frac{\rho V}{M} RT$,

egyszerűsítve: $\boxed{p = \frac{\rho}{M} RT}$

c.) Általános gáztörvény:

ha $n =$ áll., $\boxed{\frac{pV}{T} = \text{állandó}}$

II, A hőtan I. főtétele

1.) Gázok belső energiája

Ismétlés: egy-egy molekula kinetikus energiája:

$$\varepsilon_{kin} = \varepsilon_{haladó} + \varepsilon_{forgási},$$

szabadsági fokok száma ↓

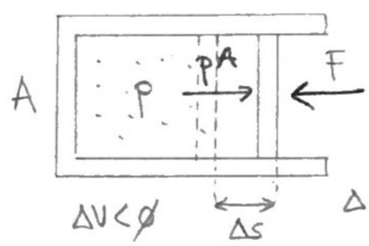
ekvipartíció tétele:

$$\varepsilon_{kin} = 3 \cdot \frac{1}{2} kT + (f-3) \cdot \frac{1}{2} kT = \frac{f}{2} kT$$

A teljes gáz belső energiája a gázrészecskék gáz TKP-jához viszonyított mozgásából fakadó kinetikus energia:

$$E_{belső} = \frac{f}{2} NkT = \frac{f}{2} nRT \overset{\text{állapotegyenlet}}{=} \frac{f}{2} pV$$

2.) A gázon végzett munka



A dugattyú Δs-sel való lassú beljebb toldásakor végzett munka:

$$\Delta W_{körny} = F \cdot \Delta s = p \cdot \underbrace{A \cdot \Delta s}_{-\Delta V_{gáz}}$$

Tehát a környezet munkája:

$$\Delta W_{körny} = -p\Delta V \rightarrow W_{körny} = -\underbrace{\int p(V)\,dV}_{p(V) \text{ görbe alatti terület}}.$$

A gáz munkája:

$$W_{körny} + W_{gáz} = \Delta E_{kin}^{(dugattyú)} = \emptyset \rightarrow W_{gáz} = \int p(V)\,dV$$

3.) A hőtan I. főtétele

A gáz belső energiája energiaközléssel vagy energiaelvonással változtatható meg, melynek két módja van:

- munkát végzünk rajta ($W_{körny}$)
- hőt közlünk vele (Q)

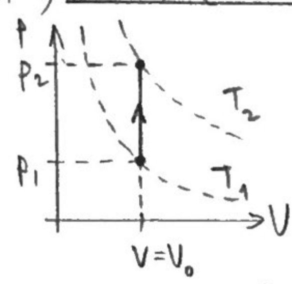
Ezt fogalmazza meg a hőtan I. főtétele:

$$\boxed{\Delta E_{belső} = Q + W_{körny}}$$

$W_{körny} > 0$ összenyomásnál, $W_{körny} < 0$ tágulásnál.

III., Folyamatok ideális gázokkal

1/a.) Izochor (állandó térfogatú) folyamat



Adott: p_1, p_2, V_0, n, f

$$T_1 = \frac{p_1 V}{nR}, \quad T_2 = \frac{p_2 V}{nR}$$

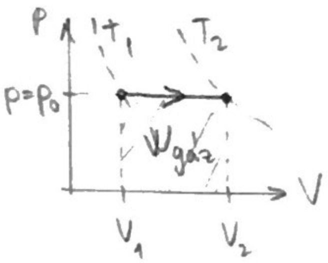
belső energia változás: $\Delta E_{belső} = \frac{f}{2} nR \underbrace{(T_2 - T_1)}_{\Delta T}$

$$\Delta E_{belső} = \frac{f}{2} (p_2 - p_1) V$$

munkavégzés: $W_{körny} = \emptyset$

közölt hő: $Q = \Delta E_{belső} - W_{körny} = \frac{f}{2} nR \Delta T$

b.) Izobár (állandó nyomású) folyamat



Adott: p_0, V_1, V_2, n, f

$$T_1 = \frac{pV_1}{nR}, \quad T_2 = \frac{pV_2}{nR}$$

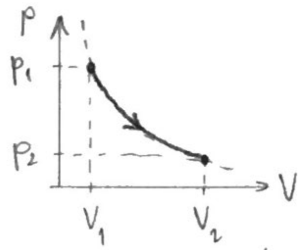
belsőenergia-változás $\Delta E_b = \frac{f}{2} nR (T_2 - T_1)$

$$\Delta E_{belső} = \frac{f}{2} p (V_2 - V_1)$$

Munkavégzés: $W_{körny} = -W_{gáz} = -p(V_2 - V_1)$

Közölt hő: $Q = \Delta E_b - W_{körny} = \frac{f+2}{2} p(V_2 - V_1) = \frac{f+2}{2} nR\Delta T$

c.) Izoterm (állandó hőmérsékletű) folyamat



T = állandó → $p(V) = \frac{nRT}{V}$

Adott: p_1, V_1, V_2, n, f

Belső energia változás: $\Delta E_b = \frac{f}{2} nR\Delta T = 0$.

Munkavégzés:

$$W_{körny} = -W_{gáz} = -\int_{V_1}^{V_2} p(V)\,dV = -\int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V}\,dV = -\underbrace{nRT}_{p_1V_1} \ln\frac{V_2}{V_1}$$

Közölt hő:

$$Q = \Delta E_b - W_{körny} = nRT \ln\frac{V_2}{V_1} = p_1V_1 \ln\frac{V_2}{V_1}.$$

d.) Folyamatfüggő mólhő és fajhő

- fajhő: $c = \frac{Q}{m\Delta T} = \frac{Q}{n\Delta T}\cdot\frac{1}{M}$,

  mértékegysége: $[c] = \frac{J}{kgK}$

- mólhő: $C_M = \frac{Q}{n\Delta T}$, $[C_M] = \frac{J}{mol\cdot K}$

• izochor folyamatra:

$$C_{M,V} = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{f}{2}R$$

• izobár folyamatra:

$$C_{M,p} = \frac{Q}{n\Delta T} = \frac{f+2}{2}R$$

$\left.\right\}$ $C_{M,p} - C_{M,V} = R$ (Robert-Mayer egyenlet)

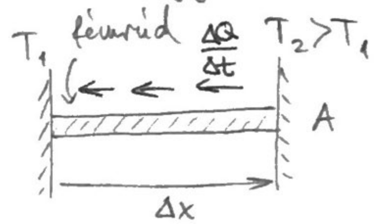
IV. A hőterjedés módjai

1.) Hővezetés

• szilárd anyagokban, folyadékokban és gázokban

• arányos a hőmérsékletkülönbséggel

Fourier-törvény:



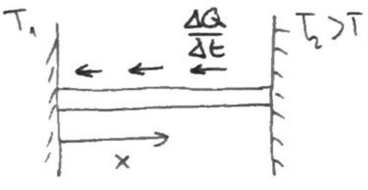
$$\frac{\Delta Q}{\Delta t} = -k A \cdot \frac{\Delta T}{\Delta x}$$

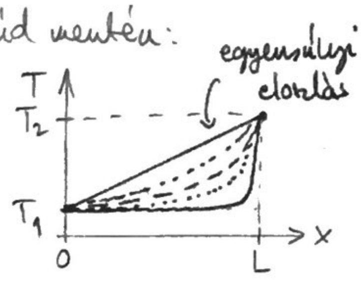
k := hővezetési tényező, anyagra jellemző, $[k] = \frac{W}{m^2}\frac{m}{K} = \frac{W}{K\cdot m}$

$\frac{\Delta Q}{\Delta t}$:= hőáram, $\left[\frac{\Delta Q}{\Delta t}\right] = \frac{J}{s} = W$. (watt)

k nagy fémekre (jó hővezetők), kicsi pl. fára, hungarocellre

• hőmérsékleteloszlás a rúd mentén:





2.) Hőáramlás

• nehézségi erőtérben a hőmérsékletfüggő sűrűség okozza: a melegebb levegő sűrűsége kisebb, így felszáll, helyébe hideg lép

• pl: melegített víz tűzhelyen,
tavak téli befagyása felülről történik
radiátorokban nehézségi áramlás

3.) Hősugárzás

(Nem volt rá idő.)