

Zh-k: ..... Vizsga: ..... Össz: ..... JEGY: .....

Név: ..... Neptun: ..... Gyak.vez.: .....

### 3. vizsga, 2017-01-16, Munkaidő: 90 perc

1. Én és barátom felváltva dobunk kosárra addig, ameddig valamelyikünknek sikerül bedobni a labdát. Én minden dobásomnál 0.4 valószínűséggel találok be, barátom 0.6 -tal. Dobásaink függetlenek. Én kezdek. **(a)** Mi a valószínűsége, hogy én nyerek? *(Ha a kért valószínűséget korrekt szumma alakjában adja meg, akkor megoldása 4 pontot ér, ha a szummát helyes tört alakra is hozza, akkor 5 pont jár.)* **(b)** Mi a valószínűsége, hogy úgy nyerek, hogy legfeljebb hárommal dobok? *(Elég ha valószínűséget korrekt szumma alakjában adja meg.)*
2. **(a)** Határozza meg az alábbi két eloszlás konvolúcióját! *(Itt a számolási hiba is HIBA!)*

$x$	0	1	2	3
$p_1(x)$	0.1	0.2	0.3	0.4

$y$	0	1	2
$p_2(y)$	0.5	0.3	0.2

- (b)** Két valószínűségi változó esetén, milyen feltételek mellett és mire ad helyes választ a két változó eloszlásának konvolúciója?
3. Tekintünk egy egység sugarú kört, és annak egy érintőjét. Az érintőből számegyenest csinálunk: az origó az érintési pont, az egysége pedig a kör sugara. A kör területén vett egyenletes eloszlást merőlegesen vetítjük az érintőjére. Az **(a)** Vezesse le az  $X$  -szel jelölt vetületpont eloszlásfüggvényének és sűrűségfüggvényének a képletét! *(A levezetéshez használt ábra legyen szép és jól érthető!)* **(b)** Két életből vett példát is tanultunk, ahol az (a) részben leírt probléma felbukkan. Vázolja ezek közül az egyiket egy-két mondatban!
4. **(a)** Mondja ki a Moivre-Laplace tételt! *(Világosan fogalmazza meg, hogy a tétel alapján milyen feltételek mellett, mit, mivel közelíthetünk!)* **(b)** Szemléltesse a Moivre-Laplace tétel állítását egy gondosan készített ábrával és megfelelő magyarázattal! *(A fontos dolgok legyenek tisztán lerajzolva, érthetően bejelölve, megnevezve, beskálázva!)*
5. Éva csak szedi, szedi az almákat a fáról, és adogatja Ádámnak. Ádám először megméri az átmérőjüket, aztán a súlyukat. Feltételezzük, hogy az átmérő és a súly kétdimenziós normális eloszlást követ. Az átmérő várható értéke 10, szórása 1 cm. A súly várható értéke 20, szórása 2 dkg. A korrelációs együttható 0.8. **(a)** Hány almát kell leszedni ahhoz, hogy azoknak az átlagsúlya legalább 0.96 valószínűséggel 19.9 és 20.1 dkg között legyen? **(b)** Ha Ádám egy szép piros almán éppen 12 cm átmérőt mért, akkor vajon mekkora ennek az almának a súlya? Tippeljen úgy, ahogy akkor kell tippelni, amikor a hiba négyzetének a várható értékét minimalizáljuk!
6.  $RND_1$  és  $RND_2$  független, külön-külön 0 és 1 között egyenletes eloszlást követő véletlen számok. Legyen  $X = RND_1$  és  $Y = RND_1^2 \cdot RND_2$ . Határozza meg **(a)**  $X$  és  $Y$  várható értékét, **(b)** az  $X$  és  $Y$  közötti kovarianciát!

Standard normális eloszlásfüggvény (két tizedes pontossággal)

$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$	$x$	$\Phi(x)$
0,0	0,50	0,5	0,69	1,0	0,84	1,5	0,93	2,0	0,98	2,5	0,99
0,1	0,54	0,6	0,73	1,1	0,86	1,6	0,95	2,1	0,98	2,6	1,00
0,2	0,58	0,7	0,76	1,2	0,88	1,7	0,96	2,2	0,99		
0,3	0,62	0,8	0,79	1,3	0,90	1,8	0,96	2,3	0,99		
0,4	0,66	0,9	0,82	1,4	0,92	1,9	0,97	2,4	0,99		