

Algoritmuskészítés vizsgazárthelyi
2014. január 23.

1. Mi egy gráf topologikus rendezése és milyen gráfok esetében van ilyen? Váolja a tanult lineáris idejű algoritmust, ami megmondja, hogy van-e topologikus rendezés, és ha van, meg is ad egyet! (Bizonyítások nem kellenek.)
 2. Írja le az UNIÓ-HOLVAN adatszerkezetet! Váolja a tömbös és a fás megvalósítást és adja meg mindkét esetben a műveletek lépésszámát is! (Indoklás nem kell.)
 3. Definiálja a LÁDAPAKOLÁS problémát és írja le a First Fit algoritmust! Mennyire jó közelítő eljárás ez? Válaszát indokolja is!
-
4. Legyen $f(1) = 3$, $f(2) = 6$ és ha $n > 2$, akkor $f(n) = f(n-2) + 3n$. Továbbá legyen $g(1) = 20$ és ha $n > 1$, akkor $g(n) = g(n-1) + n$. Következik-e, hogy $f(n) = O(g(n))$?
 5. A $G_1 = (V_1, E_1)$, $G_2 = (V_2, E_2)$, ..., $G_t = (V_t, E_t)$ irányítatlan gráfok élei pozitív számokkal súlyozottak, mindegyik gráf a mátrixával adott. Tegyük fel hogy a ponthalmazok diszjunktak és legyen $a_i \in V_i$ egy-egy kiválasztott pont. Legyen a $G = (V, E)$ irányítatlan gráf ponthalmaza $V = V_1 \cup \dots \cup V_t$, élei pedig a G_i gráfok élei az eredeti súlyokkal és az $\{a_i, a_{i+1}\}$ élek ($1 \leq i < t$), mindegyike 1 súllyal. Ebben a G gráfban szeretnénk az összes pontpárra a közöttük menő legrövidebb út hosszát meghatározni. Adjon erre egy olyan algoritmust, amelynek lépésszáma $O(m^2)$, amennyiben $t = O(\sqrt{m})$ és mindegyik $|V_i| = O(\sqrt{m})$.
 6. Egy piros-fekete fának tekintsük azokat a csúcsait, amelyek a gyökérből pontosan 2014 lépéssel érhetőek el. Mennyi lehet a legnagyobb eltérés ezen csúcsok fekete magasságai között?
 7. Az A eldöntési problémában adott egy G egyszerű gráf és egy k pozitív egész szám. Kérdés, igaz-e, hogy G minden független ponthalmaza kevesebb, mint k pontból áll. A B eldöntési probléma pedig legyen az, hogy egy adott gráf csúcsainak színezéséhez kell-e legalább 4 szín. Igazolja, hogy létezik az $A < B$ és a $B < A$ Karp-redukció is!
 8. P-beli vagy NP-teljes az alábbi probléma:
Adott (G, k, ℓ) , ahol G egy egyszerű irányítatlan gráf, k és ℓ pozitív egész számok. Kérdés, hogy található-e G -ben olyan zárt élsorozat (zárt séta), amely legalább k élből áll és G minden csúcsán legfeljebb ℓ -szer megy át.