

13. gyakorlat feladatsora

Analízis 2 informatikusoknak - 2018/19. II. félév

1.

$$I = \iiint_V \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2}} dV = ?$$

A V korlátos térrész határai:

$$z = x^2 + y^2 \quad (\text{forgáspároloid}) \quad \text{és a} \quad z = 4 \quad (\text{sík})$$

2. Számolja ki az $x^2 + y^2 = 4$ egyenletű henger és a $z = 0$ valamint a $z = 8 - 2x - y$ egyenletű síkok által határolt térrész térfogatát!

3. Számolja ki a $z = \sqrt{8 - x^2 - y^2}$ és a $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ egyenletű felületek által határolt korlátos térrész térfogatát!

4.

$$I = \iiint_V xy^2z^3 dV = ?,$$

ahol a V korlátos térrész az $x^2 + y^2 + z^2 \leq 9$ gömb belsejének az $x \leq 0, y \geq 0, z \leq 0$ ténnyolcadba eső része.

5. Számolja ki az $1 \leq x^2 + y^2 + z^2 \leq 4$ és a $\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{\sqrt{3}} \leq z \leq \sqrt{x^2 + y^2}$ egyenlőtlenségekkel jellemzett térrész térfogatát!

6. Határozza meg az alábbi függvény Fourier-sorát (összegfüggvénye legyen ϕ)!

$$f(x) = \begin{cases} -3, & \text{ha } x \in \left[-\frac{\pi}{2}, 0\right) \\ 3, & \text{ha } x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right) \\ 0, & \text{ha } x \text{ a } [-\pi, \pi) \text{ intervallum más pontja} \end{cases}$$

$$(f(x) = f(x + 2\pi), \quad \forall x \in \mathbb{R})$$

Írja fel a sor első négy nem nulla tagját! $\phi(-\pi) = ?$, $\phi(0) = ?$

Egyenletesen konvergencia-e a Fourier-sor?

7.

$$f(x) = |x - \pi|, \quad \text{ha } 0 < x \leq 2\pi \quad \text{és} \quad f(x + 2k\pi) = f(x) \quad (k \in \mathbb{Z})$$

(a) Határozza meg f Fourier-sorát!

Jelölje a Fourier-sor összegfüggvényét $\phi(x)$! $f(x) = \phi(x)$ milyen x -ekre igaz?
Egyenletesen konvergencia-e a Fourier-sor?

(b) A Fourier-sor segítségével határozza meg a $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{1}{(2k+1)^2}$ numerikus sor összegét!