= =

Alakítsa át klóz formára az alábbi állítást:

$\forall x\ \text{Romai}(x) \rightarrow (\text{Lojális}(x, \text{Cézár}) \wedge \neg\text{Gyűlöl}(x, \text{Cézár})) \vee (\neg\text{Lojális}(x,\text{Cézár}) \wedge \neg\text{Gyűlöl}(x,\text{Cézár})))$

a. $\forall x\ R(x) \rightarrow (L(x, C) \wedge \neg G(x, C)) \vee (\neg L(x,C) \wedge G(x,C)))$

b. $\forall x\ \neg R(x) \vee (L(x, C) \wedge \neg G(x, C)) \vee (\neg L(x,C) \wedge G(x,C)))$

c. $\forall x\ (L(x, C) \wedge \neg G(x, C)) \vee (\neg L(x,C) \wedge G(x,C))) \vee \neg R(x)$

d. $(L(x, C) \wedge \neg G(x, C)) \vee (\neg L(x,C) \wedge G(x,C))) \vee \neg R(x)$

e. $((\neg L(x,C) \wedge G(x,C)) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge ((\neg L(x,C) \wedge G(x,C)) \vee \neg G(x, C)) \vee \neg R(x))$

f. $(\neg L(x,C) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge (G(x,C) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge$
$(\neg L(x,C) \vee \neg G(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge (G(x,C) \vee \neg G(x, C) \vee \neg R(x))$

g. $(\text{Igaz} \vee \neg R(x)) \wedge (G(x,C) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge (\neg L(x,C) \vee \neg G(x, C)) \vee \neg R(x)) \wedge$
$(\text{Igaz} \vee \neg R(x))$

h. $\text{Igaz} \wedge (G(x,C) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge (\neg L(x,C) \vee \neg G(x, C)) \vee \neg R(x)) \wedge \text{Igaz}$

i. $(G(x,C) \vee L(x, C) \vee \neg R(x)) \wedge (\neg L(x,C) \vee \neg G(x, C)) \vee \neg R(x))$

j1. $G(x1,C) \vee L(x1, C) \vee \neg R(x1)$

j2. $\neg L(x2,C) \vee \neg G(x2, C)) \vee \neg R(x2)$

= =

Alakítsa át az alábbi logikai állítást klóz formára !

$\forall x\ [\neg P(x) \rightarrow \exists y\ (D\ (y, x) \wedge \neg\ [\ F\ (y, f(x)) \vee F\ (y, x)]\ )\ ] \wedge \neg\forall x\ P(x)$

$\forall x\ [\neg P(x) \rightarrow \exists y\ (D(y,x) \wedge \neg\ [F(y,f(x)) \vee F(y,x)])] \wedge \neg\forall x\ P(x)$

$\forall x\ [\neg\neg P(x) \vee \exists y\ (D(y,x) \wedge \neg\ [F(y,f(x)) \vee F(y,x)])] \wedge \neg\forall x\ P(x)$

$\forall x\ [P(x) \vee \exists y\ (D(y,x) \wedge \neg F(y,f(x)) \wedge \neg F(y,x))] \wedge \exists x\ \neg P(x)$

$\forall x\ [P(x) \vee \exists y\ (D(y,x) \wedge \neg F(y,f(x)) \wedge \neg F(y,x))] \wedge \exists z\ \neg P(z)$

$\forall x\ [P(x) \vee (D(g(x),x) \wedge \neg F(g(x),f(x)) \wedge \neg F(y,x))] \wedge \neg P(a)$

$[P(x) \vee (D(g(x),x) \wedge \neg F(g(x),f(x)) \wedge \neg F(y,x))] \wedge \neg P(a)$

$(P(x) \vee D(g(x),x)) \wedge (P(x) \vee \neg F(g(x),f(x))) \wedge (P(x) \vee \neg F(y,x)) \wedge \neg P(a)$

a. $(P(x1) \vee D(g(x1),x1))$

b. $P(x2) \vee \neg F(g(x2),f(x2))$

c. $P(x3) \vee \neg F(y1,x3)$

d. $\neg P(a))$

= =

Alakítsa át klóz formára a következő állítást:

$\forall x\ ((\text{láz}(x) \land \text{köhögés}(x)) \rightarrow \text{tûdõzörej}(x)) \rightarrow (\text{penicilin}(x) \rightarrow \text{hatékony-kezelés}(x))$

<u>Megoldás:</u>

$\forall x\ ((\text{láz}(x) \land \text{köhögés}(x)) \rightarrow \text{tûdõzörej}(x)) \rightarrow (\text{penicilin}(x) \rightarrow \text{hatékony-kezelés}(x))$

$\forall x \neg (\neg (\text{láz}(x) \land \text{köhögés}(x)) \lor \text{tûdõzörej}(x)) \lor (\neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x))$

$\forall x \neg (\neg \text{láz}(x) \lor \neg\text{köhögés}(x) \lor \text{tûdõzörej}(x)) \lor (\neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x))$

$\forall x\ (\text{láz}(x) \land \text{köhögés}(x) \land \neg \text{tûdõzörej}(x)) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)$

$(\text{láz}(x) \land \text{köhögés}(x) \land \neg \text{tûdõzörej}(x)) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)$

$(\text{láz}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)) \land$

$(\text{köhögés}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)) \land$

$(\neg \text{tûdõzörej}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x))$

1. $\text{láz}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)$
2. $\text{köhögés}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)$
3. $\neg \text{tûdõzörej}(x) \lor \neg\text{penicilin}(x) \lor \text{hatékony-kezelés}(x)$

= =

Alakítsa át klóz formára a következő állítást:

$\forall x\ (\quad (\text{új}\ (x) \land \text{turbina}\ (x) \land \text{rezeg}\ (x)) \rightarrow (\text{beszerzés}\ (x) \rightarrow \neg\ \text{sikeres}\ (x)) \quad)$

<u>Megoldás:</u>

$\forall x\ (\neg (\text{új}\ (x) \land \text{turbina}\ (x) \land \text{rezeg}\ (x)) \lor (\neg\text{beszerzés}\ (x) \lor \neg\ \text{sikeres}\ (x)))$

$\forall x\ (\neg\ \text{új}\ (x) \lor \neg\ \text{turbina}\ (x) \lor \neg\text{rezeg}\ (x)) \lor (\neg\text{beszerzés}\ (x) \lor \neg\ \text{sikeres}\ (x)))$

$\forall x\ \neg\ \text{új}\ (x) \lor \neg\ \text{turbina}\ (x) \lor \neg\text{rezeg}\ (x) \lor \neg\text{beszerzés}\ (x) \lor \neg\ \text{sikeres}\ (x)$

$\neg\ \text{új}\ (x) \lor \neg\ \text{turbina}\ (x) \lor \neg\text{rezeg}\ (x) \lor \neg\text{beszerzés}\ (x) \lor \neg\ \text{sikeres}\ (x)$

= =

Lássa be rezolucióval az alábbi logikai reprezentációból kiindulva, hogy Marcus gyülölte Ceasart:

a. ember (Márkusz)
b. pompeiai (Márkusz)
c. $\forall x$ (pompeiai (x) $\rightarrow$ romai (x))
d. uralkodó (Cézár)
e. $\forall x$ (romai (x) $\rightarrow$ (lojális (x, Cézár) $\wedge \neg$ gyülöli (x, Cézár)) $\vee$
(¬lojális (x, Cézár) $\wedge$ gyülöli (x, Cézár)))
f. $\forall x\ \exists y$ lojális (x, y)
g. $\forall x \forall y$ (személy (x) $\wedge$ uralkodó (y) $\wedge$ meg-akarta-gyilkolni (x, y) $\rightarrow \neg$ lojális (x, y))
h. meg-akarta-gyilkolni (Márkusz, Cézár)
i. $\forall x$ (ember (x) $\rightarrow$ személy (x))

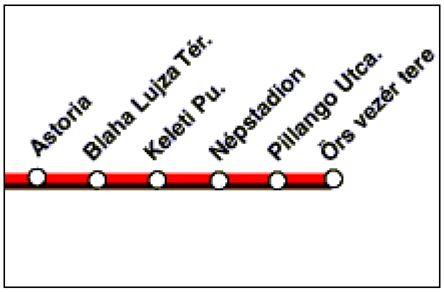
1. $m(M)$
2. $P(M)$
3. $\neg P(x) \vee R(x)$
4. $r(C)$
5. $\neg R(x) \vee \neg lt(x,C) \vee \neg h(x,C)$
6. $\neg R(x) \vee lt(x,C) \vee h(x,C)$
7. $lt(x,a)$
8. $\neg p(x) \vee \neg r(y) \vee \neg ta(x,y) \vee \neg lt(x,y)$
9. $ta(M,C)$
10. $\neg m(x) \vee p(x)$
11. $\neg h(M,C)$
12. $11 + 6 = \neg R(M) \vee lt(M,C)$
13. $12 + 8 = \neg p(M) \vee \neg r(C) \vee \neg ta(M,C)$
14. $13 + 9 + 4 = \neg p(M)$
15. $14 + 10 = \neg m(M)$
16. $15 + 1 = []$

= =

Modellezzük a budapesti metró egy részletét az alábbiak szerint:

Összekötött (Astoria, Blaha)
Összekötött (Blaha, Keleti)
Összekötött (Keleti, Népstadion)
Összekötött (Népstadion, Pillangó)
Összekötött (Pillangó, Örs)
$\forall$ x, y, z Összekötött(x,y) $\wedge$ Összekötött(y,z) $\rightarrow$ Összekötött(x,z)

Bizonyítsuk be (**rezolúcióval**!), hogy igaz az a sejtés, hogy Astoria és Örsvezér tér is össze van kötve!



Klózok:
1. Ö(A, B)
2. Ö(B, K)
3. Ö(K, N)
4. Ö(N, P)
5. Ö(P, Ö)
6. ¬Ö(x,y) $\vee$ ¬Ö(y,z) $\vee$ Ö(x,z)
Q. ¬Ö(A, Ö)

1, 2, 6-ból lesz Ö(A, K). Belőle, 3, 6-ból lesz Ö(A, N). Belőle, 4, 6-ból lesz Ö(A, P). Belőle, 5, 6-ból lesz Ö(A, Ö). Belőle, Q -ből lesz üres rezolvens.

= =

Tekintsük a már megismert példát: "Városban vásárolunk Vezetni csak Anna és Barbara tud. Anna nem megy Csaba vagy Dávid nélkül. Csaba követeli, hogy Erzsébet és Fanni is jöjjön. Ha Fanni megy, de Dávid marad, akkor Erzsébet is marad vele. És Dávid nem tud menni. Ki fog vezetni ?"

Itélet szimbólumok: A - Anna megy (azaz vezethet) B - Barbara megy
C - Csaba megy D - Dávid megy
E - Erzsébet megy F - Fanni megy

A történet leírása: 1. $A \vee B$ 2. $A \rightarrow (C \vee D)$
3. $C \rightarrow (E \wedge F)$ 4. $(F \wedge \neg D) \rightarrow \neg E$ 5. $\neg D$

Lássa be rezolúcióval, hogy Barbara fog vezetni. Milyen rezolúciós stratégiát használt ?

A megoldás: klózok
$A \vee B$
$\neg A \vee C \vee D$
$\neg C \vee E$
$\neg C \vee F$
$\neg F \vee D \vee \neg E$
$\neg D$
$\neg B$
és a rezolúció (egy lehetséges lefolytatása):
$A \vee B,\ \neg B = A$
$\neg A \vee C \vee D,\ A = C \vee D$
$C \vee D,\ \neg D = C$
$\neg C \vee E,\ C = E$
$\neg C \vee F,\ C = F$
$\neg F \vee D \vee \neg E,\ \neg D = \neg F \vee \neg E$
$\neg F \vee \neg E,\ E = \neg F$
$\neg F$, F = üres klóz
a jelen megoldásban használt rezolúciós stratégia: Set of Support

= =
Megerősítéses tanulásnál tudjuk, hogy a környezet modellje:

M_{ij}	j= S_1	S_2	S_3
i= S_1	0	1/2	1/2
S_2	1/2	0	1/2
S_3	1/2	1/2	0

Adja meg az $U(S_2)$ és az $U(S_3)$ értékét, ha az $U(S_1)$ értéke 1. Az $R(S_1)$, $R(S_2)$ és az $R(S_3)$ értéke 0.

Az állandósult állapotban egy környezeti állapot hasznossága: $U_k = R_k + \Sigma_j M_{kj} U_j$
Az egyenletrendszer tehát:

$$U_1 = ½\, U_2 + ½\, U_3$$
$$U_2 = ½\, U_1 + ½\, U_3$$
$$U_3 = ½\, U_1 + ½\, U_2$$

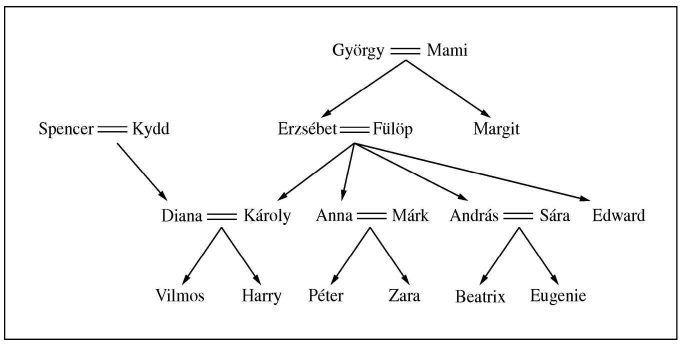
Aminek, adott feltételek mellett, a megoldása: $U_1 = 1, U_2 = 1, U_3 = 1$

= =

Íme az angol királyi családfa. Tudjuk, hogy:

1. $\forall x\ \forall y\ \forall z$ Őse(z, x) $\wedge$ Őse(z, y) $\rightarrow$ Rokona(x, y)
2. $\forall x\ \forall y\ \forall z$ Gyereke(x, z) $\vee$ (Gyereke(x, y) $\wedge$ Gyereke(y, z)) $\rightarrow$ Őse(z, x)
3. $\forall x\ \forall y$ Rokona(x, y) $\rightarrow$ Rokona(y, x)

Az ábra alapján vegyen fel néhány további szükséges rögzített (atomi) állítást és bizonyítsa be rezolúcióval, hogy Rokona(Edward, Vilmos)



A klózok:

1. $\neg$Őse(z1, x1) $\vee$ $\neg$Őse(z1, y1) $\vee$ Rokona(x1, y1)
2a. $\neg$Gyereke(x2, z2) $\vee$ Őse(z2, x2)
2b. $\neg$Gyereke(x3, y3) $\vee$ $\neg$Gyereke(y3, z3) $\vee$ Őse(z3, x3)
3. $\neg$Rokona(x4, y4) $\vee$ Rokona(y4, x4)

a kérdés negáltja:
4. $\neg$Rokona(Edward, Vilmos)

a további szükséges állítás:

5. Gyereke(Vilmos, Károly)
6. Gyereke(Károly, Fülöp)
7. Gyereke(Edward, Fülöp)

A rezolúciós bizonyítás pl. indulhat az 1. és a 4. állításokból. Majd jöhet 2a és 7, valamint 2b, 5 és 6. Végül ezek együttes eredménye elvezet az üres rezolvensig.

= =

Az ágens példákból az ÉrdekesLap(x) tulajdonság defínicióját tanulja döntési fa módszerével. Alábbi 8 példát kap. Döntse el információelméleti mennyiségeket mérlegelve, hogy a döntési fa építését melyik attribútumteszttel kellene kezdeni.
(vegye figyelembe, hogy: I(2/5,3/5) = .9710, I(1/3,2/3) = .9183, I(3/8,5/8) = .9544, I(1/5,4/5) = .7219, I(1/4,3/4) = .8113)

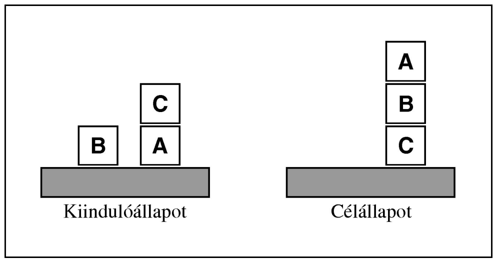
Sz.	TémábaVág	SokReklám	SokScript	SokLink	SokText	Frissített	ÉrdekesLap
X1	N	N	N	I	N	N	I
X2	I	I	N	N	N	I	N
X3	I	N	I	I	I	N	I
X4	I	N	N	N	I	I	I
X5	N	N	I	N	N	I	I
X6	I	I	I	N	I	N	N
X7	I	I	N	I	N	I	I
X8	N	N	N	N	N	N	N

Az egész példahalmaz (azaz a döntési fa) információ tartalma: Ifa = I(3/8, 5/8)
Az egyes attributúmok nyeressége: Ifa – attributúmteszt utáni részfák súlyozott információtartalma (képlet = jegyzet), azaz:

Ny(TémábaVág) = Ifa - 3/8 × I(1/3, 2/3) – 5/8 × I(2/5,3/5) = .9544 - 3/8 × .9183 – 5/8 × .9710 = .0032
Ny(SokReklám) = Ifa – 5/8 × I(1/5,4/5) – 3/8 × I(1/3,2/3) = .9544 – 5/8 × .7219 – 3/8 × .9183 = .1589
Ny(SokScript) = Ifa – 5/8 × I(2/5,3/5) – 3/8 × I(1/3,2/3) = .9544 – 5/8 × .9710 – 3/8 × .9183 = .0032
Ny(SokLink) = Ifa – 5/8 × I(2/5,3/5) – 3/8 × I(0,1) = .9544 – 5/8 × .9710 = **.3475**
Ny(SokText) = Ifa – 5/8 × I(2/5,3/5) – 3/8 × I(1/3,2/3) = .9544 – 5/8 × .9710 – 3/8 × .9183 = .0032
Ny(Frissítés) = Ifa – 4/8 × I(1/2,1/2) – 4/8 × I(1/4,3/4) = .9544 – .5 - 4/8 × .8113 = .0488

A **SokLink** az első javasolt teszt a nyereségek alapján.
= =

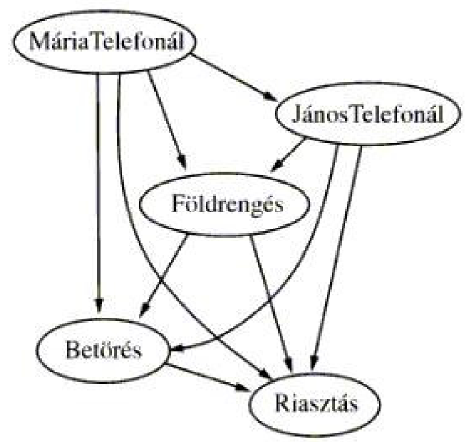
Egy ágens csak egy: **Rátesz**(**x**, **y**) cselekvéssel rendelkezik, amivel az asztalon képes kockákat rakosgatni. Feladata az ábrán látható átrendezés megvalósítása. Kockákat megfogni, rájuk mást helyezni csak akkor lehet, ha a kockák felső felülete szabad. A **Rátesz** előfeltétele így: **Szabad**(**x**) ∧ **Szabad**(**y**), hatása pedig: **Rajta**(**x**, **y**) ∧ ¬**Szabad**(**y**) (kivéve, ha **y** = **Lap**, amely mindig **Szabad**(**Lap**) marad). A kezdeti- és a végállapot leírása legyen: **Rajta**(**C**, **A**) ∧ **Szabad**(**B**) ∧ **Szabad**(**C**), valamint **Rajta**(**A**, **B**) ∧ **Rajta**(**B**, **C**). Grafikusan és pontokba rendezve szöveges megjegyzésekkel mutassa meg az ágens tervkészítési folyamatát. Ha valamilyen rendezést vezet be, feltétlenül magyarázza meg annak okát!



Ld. jegyzet. A tervkészítést a célt leíró feltételektől kezdjük. Az első lépés tehát a Rátesz(C,B), vagy Rátesz(A,D) hozzáadása az üres tervhez.

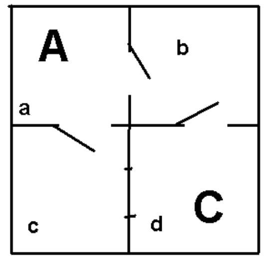
= =

Az ábrán látható megnevezésekre hívatkozva magyarázza meg a sztochasztikus mintavétel módszerét!



Legyenek a változók rövidített nevei az első betűk.
a. Sorsoljuk a háló gyökereit azok a priori eloszlásából. Jelen esetben egy gyökér van: M, P(M) valószínűséggel. Legyen a kisorsolt érték pl. M = Igaz.
b. Ez meghatározza a J változó FVT táblájában a szülői feltételt, azaz a J-t P(J| M) valószínűséggel sorsoljuk. Legyen pl. a kisorosolt érték J = Igaz.
c. A kisorsolt M és J értékek meghatározzák az F változó számára a szülői feltételt, avagy az F-t a P(F | M J) valószínűséggel sorsoljuk. Legyen az értéke, mondjuk, F = Hamis.
d. A kisorsolt F és M értékek meghatározzák az B változó számára a szülői feltételt, avagy a B-t a P(B| ¬F M) valószínűséggel sorsoljuk. Legyen az értéke, mondjuk, B = Hamis.
e. A kisorsolt M, J, F, és B értékek meghatározzák az R változó számára a szülői feltételt, avagy az R-t a P(R| ¬F ¬B M J) valószínűséggel sorsoljuk. Legyen az értéke, mondjuk, R = Hamis.
f. Ezek után a számított válószínűség relatív frekvenciájában szereplő N/M mennyiségekből vagy csak az M-et, vagy mindkettőt inkrementáljuk, attól függően, hogy a soron lévő szimuláció a kedvező, vagy sem eseményt takart és az eljárást folytatjuk.

= =
Az ábrán egy **A** ágens és egy **C** csomag látszik egy lakásban (amely az **a**, **b**, **c**, **d** szobákból áll). A felhasználandó predikátumok interpretációja:
Benne(**x**, **szoba**): az **x** objektum benne van a **szobában**,
Nyitva(**szoba1**, **szoba2**): **szoba1** és **szoba2** között nyitott az ajtó,
Azonos(**x**, **y**): **x** objektum azonos **y** objektummal,
Szomszédos(**szoba1**, **szoba2**): **szoba1** és **szoba2** szomszédos, avagy van közös ajtójuk,
Birtokol(**x**, **y**): **x** ágens **y** objektumot birtokol,
Csomag(**x**): **x** egy csomag.



E predikátumokat felhasználva írja le, hogy **ha az ágens valamelyik szobában van és a szomszédos szoba felé nyitva az ajtó, akkor az ágens abban a másik szobában is benne van** (miután oda menne át, de a mozgásával most itt nem foglalkozunk), valamint, hogy **ha az ágens és a csomag azonos szobában vannak, akkor az ágens birtokolja a csomagot**. Írja le a kezdeti állapotot is és a rezolúciós bizonyítással igazolja, hogy **Birtokol**(**A**, **C**)!
Megjegyzés: Gondoskodjon, hogy az **Azonos** predikátum értékének kiszámíthatóságát vagy egy axiómával, vagy a kezdeti állapothoz tartozó felsorolással biztosítsa. Az említett két lehetőség milyen tanult módszert takar?

A két általános állítás lehet pl.:

$\forall x\ \forall sz1\ \forall sz2$ Benne(x,sz1) $\wedge$ Szomszédos(sz1, sz2) $\wedge$ Nyitva(sz1, sz2) $\rightarrow$ Benne(x, sz2)
lehetne még megtoldani $\neg$Csomag(x) konjunktív taggal

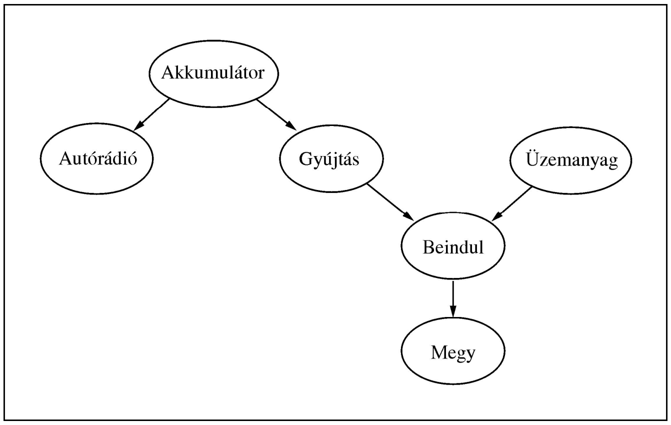
$\forall x\ \forall y\ \forall sz1\ \forall sz2$ Benne(x,sz1) $\wedge$ Benne(y,sz2) $\wedge$ Azonos(sz1, sz2) $\wedge$ Csomag(y) $\rightarrow$ Birtokol(x, y)
itt lehetne szintén megtoldani $\neg$Csomag(x) konjunktív taggal, ill. az Azonos atomot felváltani azzal, hogy sz1 és sz2 egy változót használ.

A kérdés nyílván: $\neg$Birtokol(A,C)

és a kezdeti állapot:
Csomag(C), Benne(A,a), Benne(C,d), Szomszédos(a,b), Nyitva(a,b), stb. felsorolása.

Az Azonos predikátum használatát vagy felsorolással:
Azonos(a,a), Azonos(b,b), stb.
vagy egy axiómával:
$\forall x$ Azonos(x, x)
le kell írni. A kettő közötti lépés az induktív (azaz példákból való) általánosítás.
= =

A hálóban eltárolt valószínűségekre alapozva adja meg a **P(Autórádió ∧ Akkumulátor ∧ ¬Gyújtás ∧ Megy ∧ ¬Üzemanyag)** valószínűségének képletét, úgy, hogy csakis a hálóban tárolt mennyiségek szerepelhessenek benne!



A valószínűséget az együttes eloszlásra ki kell egészíteni, majd annak elemeit a feltételes függetlenség elve alapján a háló FVT-ikkal meghatározni.

$P(\text{Autórádió} \wedge \text{Akkumulátor} \wedge \neg\text{Gyújtás} \wedge \text{Megy} \wedge \neg\text{Üzemanyag})$ -ből hiányzik a Beindul változó, így ez még nem az együttes valószínűség.

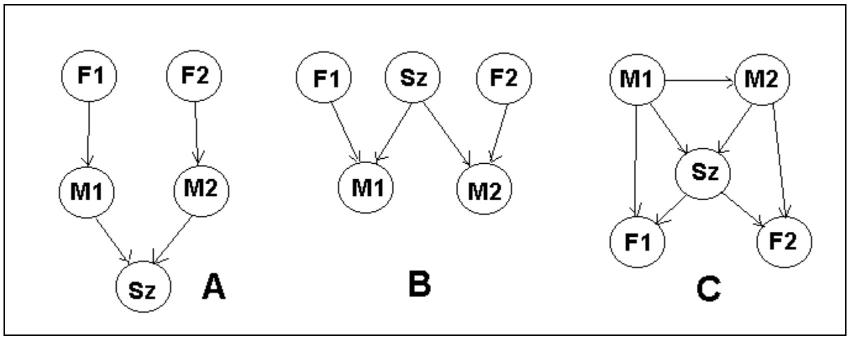
$P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \text{M} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \text{M} \wedge \neg\text{Ü} \wedge \text{Beindul}) + P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \text{M} \wedge \neg\text{Ü} \wedge \neg\,\text{Beindul})$

Az összeg minden tagja felírható most a háló topológiája és az FVT-ai alapjan,pl.:

$P(\text{M} \wedge \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü} \wedge \text{Beindul}) =$
$P(\text{M} \mid \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü} \wedge \text{Beindul})\, P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü} \wedge \text{Beindul}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \wedge \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\neg\text{Gy} \wedge \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\neg\text{Gy} \mid \text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, [1 - P(\text{Gy} \mid \text{Akku})]\, P(\text{A-rádió} \wedge \text{Akku} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, [1 - P(\text{Gy} \mid \text{Akku})]\, P(\text{A-rádió} \mid \text{Akku} \wedge \neg\text{Ü})\, P(\text{Akku} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, [1 - P(\text{Gy} \mid \text{Akku})]\, P(\text{A-rádió} \mid \text{Akku})\, P(\text{Akku} \wedge \neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, [1 - P(\text{Gy} \mid \text{Akku})]\, P(\text{A-rádió} \mid \text{Akku})\, P(\text{Akku})\, P(\neg\text{Ü}) =$
$P(\text{M} \mid \text{Beindul})\, P(\text{Beindul} \mid \neg\text{Gy} \wedge \neg\text{Ü})\, [1 - P(\text{Gy} \mid \text{Akku})]\, P(\text{A-rádió} \mid \text{Akku})\, P(\text{Akku})\, [1 - P(\text{Ü})] =$

= =

Két csillagász, a világ különböző részein távcsővekkel $\mathbf{M_1}$ és $\mathbf{M_2}$ méréseket végeznek az égbolt egy kis részén látható csillagok **Sz** számáról (amelyről tudjuk, hogy ≤ 2). Általában van egy kis lehetősége a hibának, ami legfeljebb egy csillagnyi eltérést jelent. Előfordul, hogy a távcsővek nincsenek fókuszálva, amely esetben a csillagász kevesebb csillagot számlál. Tekintse az ábrán látható hálókat.
Jó-e az A. háló a probléma ábrazolásához? Miért? Mennyi valószínűség szükséges a B. háló teljes specifikálásához? Milyen módszerrel lehet következtetni a C. hálóban? Magyarázza meg, hogyan lehetne a B. háló (valószínűségei) alapján kiszámítani a $\mathbf{P(M_1 \mid M_2)}$ valószínűséget?



Jó-e az A. háló a probléma ábrázolásához? Miért?

Elvileg minden, a specifikált változókat tartalmazó háló lehetséges. Azonban ha a háló kapcsolatai nem kauzálisak, akkor sok baj lehet a FVT-k numerikus meghatározásánál. A jelen ábra esetében azt is fel lehetne vetni, hogy az Sz változó az F1, F2 változóktól is esetleg függ direkt módon.

Mennyi valószínűség szükséges a B. háló teljes specifikálásához?

A kulcslépés egy adott FVT megadása. Ha egy **X** változó M értékű ($x_1, .., x_M$), és K db rendre $e_1, \dots, e_K$ szülője van, akkor $e_1\ e_2\ e_3\ \dots.\ e_K$ szülői feltétel (a szülők értékkombinációja) lehetséges. Egy-egy szülői feltétel meghatározza az $X = x_1$, $X = x_2$, …, $X = x_M$ események a valószínűségét (amelyek 1-re összegződnek, így M-1 valószínűség megadása elegendő). Egy ilyen változó FVT táblája így összesen: $e_1\ e_2\ e_3\ \dots.\ e_K$ (M-1) különböző valószínűséget tartalmaz. Bináris változók esetén ez a közismert 2^{N-1}-re egyszerűsődik.

Milyen módszerrel lehet következtetni a C. hálóban?

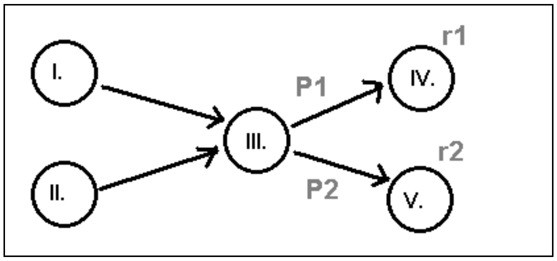
Mivel nem egyszeresen összefüggő - közelítő, sztochasztikus mintavétel, stb. módszerekkel.

Magyarázza meg, hogyan lehetne a B. háló (valószínűségei) alapján kiszámítani a $\mathbf{P(M_1 \mid M_2)}$ valószínűséget?

A valószínűséget elemi átalakításokkal nem feltételes formára kell hozni, majd a marginális valószínűségeket együttes eloszlásokra kiegészíteni, majd azokat a feltételes függetlenség elve alapján a háló FVT-ikkal meghatározni. Ld. korábbi vizsgák magyarázatanyaga.

= =

Megerősítéses tanulásnál tegyük fel, hogy a valószínűségek **P1 = P2** és a megerősítések **r1 = - r2**.
Számítsuk ki, mennyi lesz az **I., II., …, V**. állapotok a hasznossága?

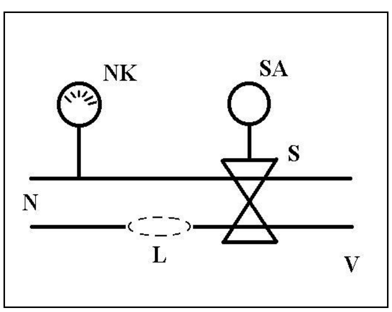


Egy adott állapot hasznossága a pillanatnyi megerősítés + a belőle következő állapotok hasznosságainak a valószínűségükkel súlyozott összege (képlet - jegyzet).
Visszafelé folytattjuk az elemzést. IV állapotnak csak pillanatnyi megerősítése van, így U(IV) = r1, ugyanannál az oknál fogva U(V) = -r1. A III állapot pillanatnyi megerősítése 0, a belőle következő állapothasznosságok súlyozott összege p1.r1 + p2.r2 = p1.r1 - p1.r1 = 0. Az I és II állapotok hasznossága a pillanatnyi 0 megerősítés + az 1-gyel súlyozott következő állapothasznosság, ami 0, így azok is 0-k.

= =
Modellezzünk egy egyszerű csőrendszert az alábbiak szerint:

Ha nyomás van, szelep nyítva és lyuk nincs, akkor vízes a padló.
a. **Nyomás ∧ Szelep ∧ ¬Lyuk → Víz**
Ha nyomás van, szivarog a cső, akkor vízes a padló.
b. **Nyomás ∧ Lyuk → Víz**
Ha a nyomáskijelző nyomást mutat és kijelző nem rossz, akkor nyomás van.
c. **NyomásKijelző ∧ ¬NyomásKijelzőRossz → Nyomás**
Ha a szelepálláskijelző nyított szelepet mutat és a szelepálláskijelző nem rossz, akkor szelep nyítva van.
d. **SzelepÁllásKijelző ∧ ¬ SzelepÁllásKijelzőRossz → Szelep**

Legyen a konkrét megfigyelés az, hogy: nyomás van, nyomáskijelző nyomást mutat, szelepálláskijelző nyított szelepet mutat, és a padló nem vízes.
e. **Nyomás** f. **NyomásKijelző** g. **SzelepÁllásKijelző** h. **¬Víz**



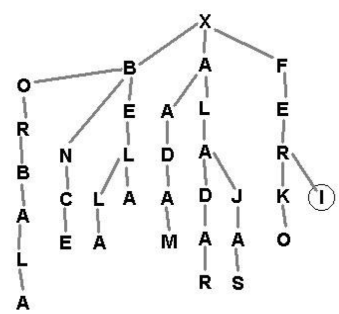
Bizonyítsuk be rezolúcióval, hogy igaz az a sejtés, hogy a szelepálláskijelző rossz!
Klózzá alakítva:
a. ¬Nyomás ∨ ¬Szelep ∨ Lyuk ∨ Víz
b. ¬Nyomás ∨ ¬Lyuk ∨ Víz

c. ¬NyomásKijelző ∨ NyomásKijelzőRossz ∨ Nyomás
d. ¬SzelepÁllásKijelző ∨ SzelepÁllásKijelzőRossz ∨ Szelep
e. Nyomás
f. NyomásKijelző
g. SzelepÁllásKijelző
h. ¬Víz
q. ¬ SzelepÁllásKijelzőRossz

Látszik már, hogy a q, g, d, majd az e, h, a, majd a b, e, h, majd azok eredményeiből üres rezolvens keletkezik.
= =

Az ALADAR, ALAJOS, BELA, BELLA, ADAM, BENCE, BORBALA, FERI és FERKO ékezet nélküli nevekből építsen egy keresési fát! Egy üres gyökérből kiindulva a nevek soron lévő betűit a fa csomópontjainak vegye fel úgy, hogy a gyökértől egy-egy levélig egy-egy teljes nevet ki lehessen olvasni (a keresési fa egy tényleges fa legyen, ahol a fa levelei a nevek utolsó betűi). A nevekben fellépő szókezdő közös szótöredékeket a fában szintén közösen ábrázolja. Számítással döntse el, hogy ha a megoldás helye FERI utolsó betűje, akkor a fához rendelt effektív elágazási tényező 2-nél nagyobb, vagy kisebb?

A szófa az alábbi:



A megoldás 4-ik szinten van, a csomópontok öszszáma 35, így az effektív elágazási tényező képlete:
$N = 35 = 1 + b + b^2 + b^3 + b^4$
Ha b = 2 lenne, akkor a jobb oldal $2^5 - 1 = 31$ lenne, így $b > 2$.

= =

Egy ágens az alábbi 8 példából tanulja a **TémábaVág**(**x**) döntési fa definícióját. Döntse el szokásos információ-elméleti mérlegeléssel, hogy a döntési fa építését melyik attribútum-teszttel kezdi? (vegye figyelembe, hogy: I(2/5,3/5) = .9710, I(1/3,2/3) = .9183, I(3/8,5/8) = .9544)

Sz.	Érdekes Lap	Sok Reklám	Sok Script	Sok Link	Sok Text	Témába Vág
X1	I	N	N	I	N	N
X2	N	I	N	N	N	I
X3	I	N	I	I	I	I
X4	I	N	N	N	I	I
X5	I	N	I	N	N	N
X6	N	I	I	N	I	I
X7	I	I	N	I	N	I
X8	N	N	N	N	N	N

Az egész fa információtartalma Ifa = I(3/8, 5/8).
Az egyes attributúmok nyeressége:
ÉL:
Ifa - (5/8 I(3/5,2/5) + 3/8 I(2/3, 1/3))
SR:
Ifa - (3/8 I(1, 0) + 5/8 I(2/5, 3/5))
SS:
Ifa - (3/8 I(2/3,1/3) + 5/8 I(3/5, 2/5))
SL:
Ifa - (3/8 I(2/3,1/3) + 5/8 I(3/5, 2/5))
ST:
Ifa - (3/8 I(1, 0) + 5/8 I(2/5, 3/5))
Az SR, ST rendelkezik legnagyobb (és azonos) értékkel.
Azok közül valamelyikével kell kezdeni.

= =

Egy ágens alábbi két cselekvéssel rendelkezik:
Megy(**x**, **y**), melynek előfeltétele **Hely**(**x**), hatása **Hely**(**y**) ∧ ¬**Hely**(**x**), valamint **Épít**(**x**), melynek előfeltétele ¬**Kész**(**x**) ∧ **Hely**(**Játszótér**), hatása pedig **Kész**(**x**). Az ágens **Otthon** van, a **Mászóka** nincs kész, pedig el kell készíteni, hogy az ágens a megszolgált pihenésnek átadhassa magát **Otthon**. Grafikusan és szöveges megjegyzésekkel mutassa meg a tervkészítés folyamatát. Ha rendezést vezet be, feltétlenül magyarázza meg ennek okát! Röviden írja le, mit kell tenni ahhoz, hogy az időt, mint fogyó erőforrást a tervkészítésben figyelembe tudja venni. Kísérelje ennek megfelelően kibővíteni az operátorok leírását!

Először fel kell építeni az üres tervet, melynek Start cselekvése a feladat kezdeti állapotát vezeti be hatásával:

Hely(Otthon) ∧ ¬Kész(Mászóka)

ill. melynek Vég cselekvése a feladatcélkitúzését vezeti be az előfeltételével:

Hely(Otthon) ∧ Kész(Mászóka)

Mivel ez a terv rendelkezik ki nem elégített feltételekkel (melyikkel?), el kell kezdeni a cselekvések hozzáadását a részcélok kielégítésére. Így kerül be a tervbe az Épít(Mászóka), amely kauzális kapcsolatot létesít a Kész(Mászóka) feltételt biztosítva. Ezzel a Vég elé és a Start utánra kerül. Az új cselekvéssel együtt a tervbe egy új feltétel: Hely(Játszótér) került be, ami nincs kielégítve. A tervkészítés folytatódik újabb cselekvések hozzáadásával. Hely(Játszótér) érdekében a tervbe be kell szúrni a Megy(Otthon, Játszótér) cselekvést. Annak előfeltétele teljesül és a cselekvés kauzális kapcsolatot létesít Hely(Játszótér) érdekében. Emiatt tervbe az Épít elé és a Start mögé kell beszúrni. A tervben most csak a Vég cselekvés Hely(Otthon) előfeltétele nincs kielégítve, mert a Start-beli Hely(Otthon) többé nem érvényes. A tervbe így be kell szúrni Megy(Játszótér, Otthon) cselekvést. A helye egyelőre a Start mögé és a kauzális kapcsolat miatt a Vég elé. Megy(Játszótér, Otthon) cselekvés így egyelőre a Megy(Otthon, Játszótér) → Épít(Mászóka) lánccal parallel. Megy(Játszótér, Otthon) cselekvés ¬Hely(Játszótér) hatása azonban veszélyezteti az említett parallel lánc Hely(Játszótér) feltételt biztosító kauzális kapcsolatát. A Megy(Játszótér, Otthon) cselekvést előre, vagy hátra kell elmozdítani. Az értelmes választás a Megy(Játszótér, Otthon) cselevést a lánc utánra tenni, bevezetve a tervbe az Épít → Megy(Játszótér, Otthon) további rendezést. Ezzel a terv összes előfeltétele ki lett elégítve és a terv készen áll.

Az időt logikai feltételek és hatások szintjén kell ábrázolni, pl. úgy:
Épít(x) előfeltétele:

¬Kész(x) ∧ Hely(Játszótér)) ∧ (Idő > $\text{Idő}_{\text{Épít}}$)

hatása pedig:

Kész(x) ∧ (Idő ← Idő - $\text{Idő}_{\text{Épít}}$)
hasonlóképpen a Megy cselekvés is.
A Start hatásai köző be kell szúrni pl.:
Hely(Otthon) ∧ ¬Kész(Mászóka) ∧ (Idő ← Tóra)

= =

Egy ágens a pillanatnyi legjobb hipotézis módszerrel, 4 példából, tanulja az **ÉrdekesLap**(x) definícióját. A kiinduló hipotézis legyen maga az első példa. Írja le a tanulás folyamatát (mi az aktuális példa minősítése, a hipotézis, a szükséges műveletek jellege (általánosítás, specializálás) és konkrét formája)? (ne feledkezzen meg a hipotézismódosítást követő példaellenőrzésről sem).

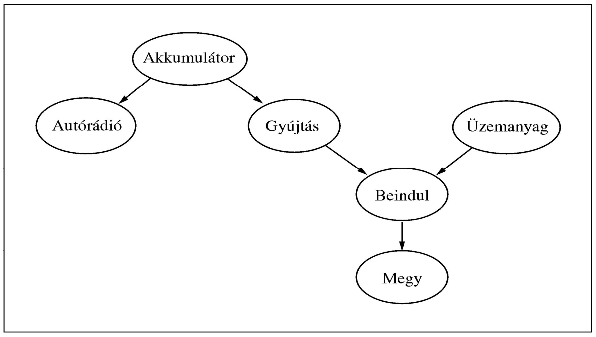
Sz.	Sok Reklám	Sok Link	Sok Text	Érdekes Lap
X1	N	I	I	I
X2	N	I	N	I
X3	I	N	N	N
X4	I	N	I	I

A H1 hipotézis tehát:
$H1(x) = \neg SokReklám(x) \wedge SokLink(x) \wedge SokText(x)$
H1(X1) = Igaz, Helyes Pozitív
H1(X2) = Hamis, Hamis Negatív, általánosítani kell, pl. konjunkció levételével:
$H2(x) = \neg SokReklám(x) \wedge SokLink(x)$
Ellenőrzés:
H2(X1) = Igaz, ok
H2(X2) = Igaz, ok
Tovább:
H2(X3) = Hamis, ok
H2(X4) = Hamis, Hamis Negatív, újra kell általánosítani.
További konjunkció eliminálása nem megy, az ellenőrzés során mindig lesz egy rosszul osztályozott példa.
Az általánosítást így egy diszjunkció hozzáadásával kell megvalósítani:
$H3(x) = (\neg SokReklám(x) \wedge SokLink(x)) \vee SokText(x)$

Ez a hipotézis mind a 4 példára jól viselkedik, a példahalmazzal konzisztens.

= =

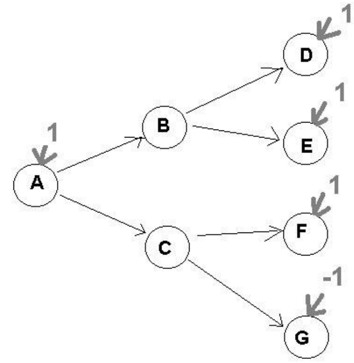
A lenti hálóban eltárolt valószínűségekre alapozva adja meg a **P(Rádió ∧ Gyújtás ∧ Megy ∧ Üzemanyag ∧ Beindul)** valószínűségének képletét úgy, hogy kizárólag a háló FVT-jeiben tárolt mennyiségek szerepeljenek benne! Bináris változókat feltételezve, mennyi a háló megadásához szükséges valószínűségek száma és a legrosszabb elvi esethez képest hány %-os a tömörítés?



P(R ∧ Gy ∧ M ∧ Ü ∧ B) =
P(R ∧ Gy ∧ M ∧ Ü ∧ B ∧ Akku) +
P(R ∧ Gy ∧ M ∧ Ü ∧ B ∧ ¬Akku) =
P(M| B) P(B | Gy ∧ Ü) P(Gy | Akku) P(R | Akku) P(Ü) P(Akku) +
P(M| B) P(B | Gy ∧ Ü) P(Gy | ¬Akku) P(R | ¬Akku) P(Ü) P(¬Akku) =
P(M| B) P(B | Gy ∧ Ü) P(Gy | Akku) P(R | Akku) P(Ü) P(Akku) +
P(M| B) P(B | Gy ∧ Ü) P(Gy | ¬Akku) P(R | ¬Akku) P(Ü) (1 - P(Akku))

Hálóhoz 12 valószínűség megadása szükséges.
Hálóban 6 változó van, az együttes eloszlásban így
2^6 -1 = 63 független válószínűség van. A nyereség kb. 5-szörös.

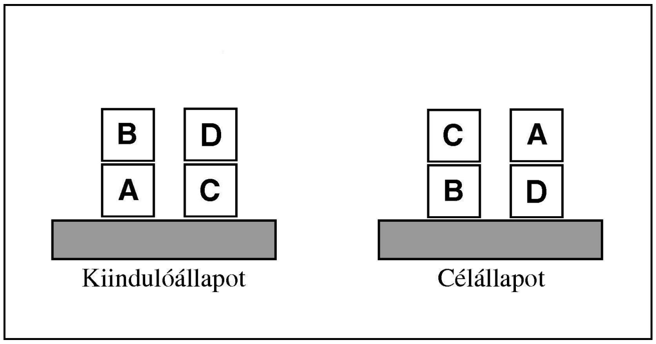
= =
Az ágens megerősítéses tanulással tanulja meg az ábrán látható állapotátmeneti gráffal modellezett környezetben az egyes állapotok hasznosságértékét. Mindegyik állapotátmenet valószínűsége 1/2. Az egyes állapotokban kapott megerősítés mértéke az ábrából leolvasható. Adja meg az egyes állapotok hasznosságát!



D, E, F-ben a hasznosság 1, G-ben –1. B egyenlő arányban D, E-be mehet, a hasznossága így 1. Ugyanannál az oknál fogva C hasznossága 0. A 1-et kap és egyenlő arányban mehet B, C-felé, azaz a hasznossága 1.

= =

Egy ágens csak egy: **Rátesz**(**x**, **y**) cselekvéssel rendelkezik, amivel az asztalon képes kockákat rakosgatni. Feladata az ábrán látható átrendezés megvalósítása. Kockákat megfogni, rájuk mást helyezni csak akkor lehet, ha a kockák felső felülete szabad. A **Rátesz** előfeltétele így: **Szabad**(**x**) ∧ **Szabad**(**y**), hatása pedig: **Rajta**(**x**, **y**) ∧ ¬**Szabad**(y) (kivéve, ha **y** = **Lap**, amely mindig **Szabad**(**Lap**) marad). A kezdeti- és a végállapot leírása legyen: **Rajta**(**B**, **A**) ∧ **Rajta**(**D**, **C**) ∧ **Szabad**(**B**) ∧ **Szabad**(**D**), valamint **Rajta**(**A**, **D**) ∧ **Rajta**(**C**, **B**). Grafikusan és pontokba rendezve szöveges megjegyzésekkel mutassa meg az ágens tervkészítési folyamatát. Ha valamilyen rendezést vezet be, feltétlenül magyarázza meg annak okát!



= =

Egy ágens az alábbi 8 példából tanulja a **TémábaVág**(**x**) döntési fa definícióját. Döntse el szokásos információ-elméleti mérlegeléssel, hogy a döntési fa építését melyik attribútum-teszttel kezdi? (vegye figyelembe, hogy: I(2/5,3/5) = .9710, I(1/3,2/3) = .9183, I(3/8,5/8) = .9544)

Sz.	Érdekes Lap	Sok Reklám	Sok Script	Sok Link	Sok Text	Témába Vág
X1	I	N	N	I	N	N
X2	N	I	N	N	N	I
X3	I	N	I	I	I	I
X4	I	N	N	N	I	I
X5	I	N	I	N	N	N
X6	N	I	I	N	I	I
X7	I	I	N	I	N	I
X8	N	N	N	N	N	N

Az egész fa információtartalma Ifa = I(3/8, 5/8).
Az egyes attributúmok nyeresége:

ÉL:
Ifa - (5/8 I(3/5,2/5) + 3/8 I(2/3, 1/3))

SR:
Ifa - (3/8 I(1, 0) + 5/8 I(2/5, 3/5))

SS:
Ifa - (3/8 I(2/3,1/3) + 5/8 I(3/5, 2/5))

SL: Ifa - (3/8 I(2/3,1/3) + 5/8 I(3/5, 2/5))

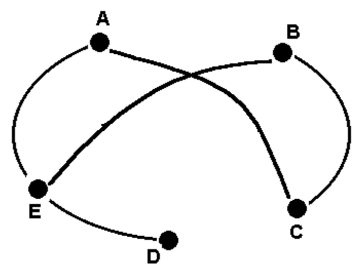
ST:
Ifa - (3/8 I(1, 0) + 5/8 I(2/5, 3/5))

Az SR, ST rendelkezik legnagyobb (és azonos) értékkel.
Azok közül valamelyikével kell kezdeni.

= =

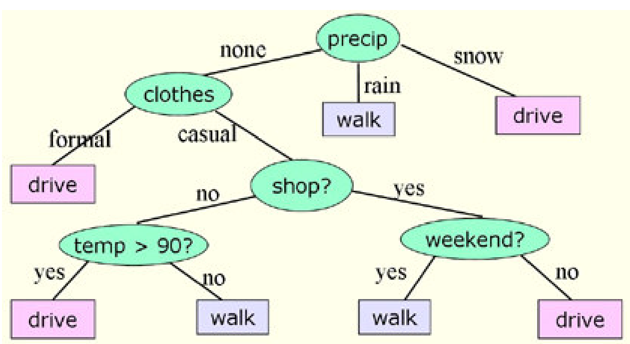
Modellezzük a két csomópont összekötöttsé-gét **S(x,y)** predikátummal. Az ábra legyen adva **S(B,C)** , **S(A,C)** , **S(E,B)** , **S(E,D)** , **S(E,A)** tények-kel, jelentsük ki továbbá, hogy:
$\forall x \forall y \forall z$ S(x,y) $\wedge$ S(y,z) $\rightarrow$ S(x,z) és **$\forall x \forall y$ S(x,y) $\rightarrow$ S(y,x)**

Bizonyítsuk be(**<u>rezolúció</u>**!), hogy igaz az **S(C,D)** !



= =

Mi a **Walk** logikai definiciója a döntési fa alapján? Milyen példahalmaz eredményezhette volna ezt a fát? Mennyi a szükséges minimális számú példahalmaz? (4 pont)



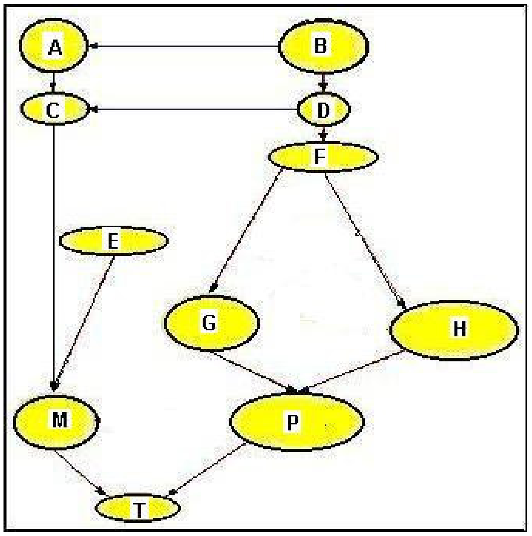
= =
Legyen adva a következő tervkészítési probléma:

Megy: E: hely(itt)
K: hely(ott) $\wedge$ $\neg$ hely(itt)
Vesz: E: elad(aru,bolt) $\wedge$ hely(bolt)
K: van(aru)
Kölcsönkér: E: $\neg$ elad(aru,bolt)
K: van(aru)
Betelefonál: E: hely(Otthon)
K: tudja(„elad(Videomagno,Tesco)” logikai értékét)

Legyenek továbbá: Kezdeti állapot: hely(Otthon)
Célállapot: van(Videomagno) $\wedge$ hely(Otthon)

Milyen tervkészítésről van itt szó? Milyen jellegű tervet (tervgráfot) készít el a tervkészítő?

= =



Egy valószínűségi háló milyen matematikai mennyiséget ábrázol? Az ábrán látott halo esetén hány valószínűséget kell megadni az elvi ‘worst-case’-hez viszonyítva, feltéve, hogy minden változó bináris? Írja fel (szabadon felvett valószínűségekkel a P változó FVT-ját! Mi lenne a helyzet, ha más (nem bináris) változók is lennének jelen a hálóban?

= =

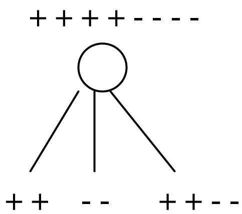
Egy ágens „Kellemes házi állatka" kiválasztásához, annak logikai definícióját szeretné megtanulni a pillanatnyi legjobb hipotézis módszerrel, az alábbi 8 példa alapján. Mutassa meg a hipotézis alakulását! Mi a „Kellemes házi állatka" logikai definiciója a 8-ik példa feldolgozása után? (6 pont)

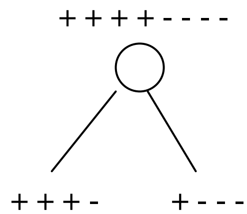
	Kutya	Szelíd	Nagy	Kellemes Állat
x1	I	N	N	+
x2	I	N	I	-
x3	I	I	N	+
x4	I	I	I	+
x5	N	N	N	+
x6	N	N	I	-
x7	N	I	N	+
x8	N	I	I	+

= =

Egy döntési fa szerkesztésénél a további elágazást az A_1, ill. A_2 attribútum teszttel lehet folytatni. A + és a – a fa adott helyén értelmezett pozitív és a negatív példát jelenti.

Az A_1 attribútum teszt után Az A_2 attribútum teszt után





Számítsa ki a Nyereség(A_1) és a Nyereség(A_2) értékeit. A számításnál használja I(1/2,1/2)=1 bit, I(0,1)=0 bit és I(1/4,3/4)=0.8 bit értékeket. Melyik tesztet építene be a fába és miért ?

Az attribútum nyeresége a fa információ tartalma az attribútumig, levonva az attribútum teszt utáni fa átlagos információ tartalmát (ld. könyvbeli képlet).
Itt A_1 esetén: I(1/2,1/2) – (1/4 x I(0,1) + 1-4 x I(1,0) + 1/2 x I(1/2,1/2)) = 0.5
és
A_2 esetén: I(1/2,1/2) – (1/2 x I(3/4,1/4) + 1/2 x I(3/4,1/4)) = 1 – 1/2 x 0.8 – 1/2 x 0.8 = 0.2
Azaz az A_1 –et kell választani.

= =

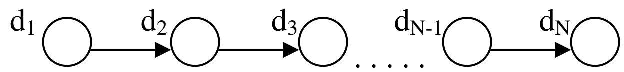
Írja fel a valószínűségi hálóknál alkalmazott feltételes függetlenség összefüggését! Miért lényeges e feltétel megtartása?. Legyenek adva az alábbi feltételes valószínűségek:

P(A) = .9	P(B) = .8	P(C) = .7	P(D|ABC) = .1	
P(D|A¬BC) = .3	P(D|AB¬C) = .3			
P(D|¬A¬BC) = .6	P(D|A¬B¬C) = .1	P(E|C) = .2	P(F|DE) = .1	P(F|¬DE) = .5

Ábrázolja a valószínűségekkel konzisztens valószínűségi hálót! Kell-e még más valószínűsé-get specifikálni? Egyszeresen összefüggő-e a háló? Mennyi a P(ABC¬D¬E¬F) képlete a háló alapján?

= =

Élre álló N db dominó kockából építsünk egy sort. A k-adik kocka állapota, mint véletlen változó, legyen d_k (az első meglökendő kocka a d_1). A kockák csakis egy irányba dőlhetnek (1-től N-felé) és azonos egységnyi erővel dőlhetnek neki a sorban következőnek. Egy valószínűségi háló építéséhez rendezzünk kockákat $d_1, d_2, d_3, ..., d_{N-1}, d_N$ (azaz kauzális sorrendben), a felépített háló az ábrán látható.



Milyen háló keletkezne, ha a változókat fordított (antikauzális $d_N, d_{N-1}, d_{N-2}, ..., d_2, d_1$) sorrendben használnánk fel a háló építéséhez ? A két háló esetére adja meg a $P(d_1\ d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N)$ együttes valószínűség képletét és alkalmas átalakítással lássa be, hogy a két érték azonos.

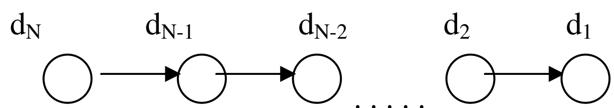
Megoldás:

Kauzális esetben (ábra alapján):

$$P(d_1\ d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N) = P(d_1 | d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N)\ P(d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N) =$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N) = P(d_1| d_2)\ P(d_2 | d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N)\ P(d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N)$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2| d_3)\ P(d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N)$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2| d_3)\ P(d_3| \ldots d_{N-1}\ d_N)\ P(d_4 \ldots d_{N-1}\ d_N)$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2| d_3)\ P(d_3| d_4)\ P(d_4 \ldots d_{N-1}\ d_N)$$
$$= \ldots.$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2| d_3) \ldots P(d_{N-1}| d_N)\ P(d_N)$$

Anti-kauzális esetben:

Ha a véletlen változókat fordított sorrendben dolgozzuk fel, akkor hasonló hálót kapunk, hiszen ha tudjuk a k-adik kocka állapotát, ez meghatározza teljes egészében a (k-1)-ik kocka állapotának a valószínűségét, függetlenül attól, hogy a k-adik kocka utáni kockákkal mi is valójában történt (figyelem: NEM a fizikai állapot meghatározásáról van szó, hiszen anti-kauzális a gondolkodás, hanem az állapot valószínűség meghatározásáról beszélünk). Fordított irányban tehát is egy csomópontnak egyetlen egy szülője van (az időben az ő utána következő kocka). Az eredményháló:



A kérdéses valószínűség:

$$P(d_1\ d_2\ d_3 \ldots d_{N-1}\ d_N) = P(d_N\ d_{N-1}\ d_{N-2} \ldots d_2\ d_1) =$$
$$= P(d_N| d_{N-1}\ d_{N-2} \ldots d_2\ d_1)\ P(d_{N-1}\ d_{N-2} \ldots d_2\ d_1) =$$
$$= P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}\ d_{N-2} \ldots d_2\ d_1) =$$
$$= P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}| d_{N-2} \ldots d_{N-1}\ d_N)\ P(d_{N-2} \ldots d_2\ d_1) =$$
$$= P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}| d_{N-2})\ P(d_{N-2} \ldots d_2\ d_1) =$$
$$= P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}| d_{N-2})\ P(d_{N-2}| d_{N-3})\ P(d_{N-3} \ldots d_2\ d_1)$$
$$= \ldots.$$
$$= P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}| d_{N-2}) \ldots P(d_2| d_1)\ P(d_1)$$

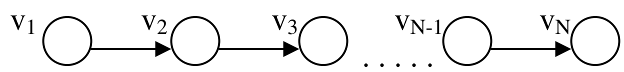
Felhasználva a Bayes-tételt:

$$P(d_N| d_{N-1})\ P(d_{N-1}| d_{N-2}) \ldots P(d_2| d_1)\ P(d_1) =$$
$$= P(d_{N-1}| d_N)\ P(d_N) / P(d_{N-1}) * P(d_{N-2}| d_{N-1})\ P(d_{N-1}) / P(d_{N-2}) * \ldots * P(d_1| d_2)\ P(d_2) / P(d_1) * P(d_1) =$$
$$= P(d_{N-1}| d_N)\ P(d_N) * P(d_{N-2}| d_{N-1}) * \ldots * P(d_1| d_2) =$$
$$= P(d_1| d_2)\ P(d_2| d_3) \ldots P(d_{N-1}| d_N)\ P(d_N)$$

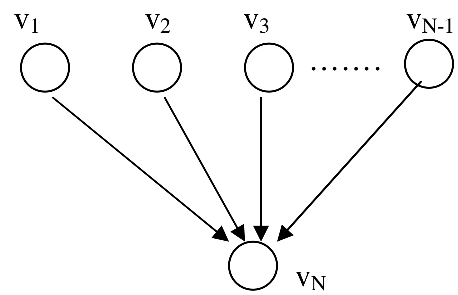
= = = = = = = = = = = = = = = = = =

Tegyük fel, hogy v_1, v_2, ..., v_N N db véletlen változó kétféle rendezésével az alábbi két valószínűségi hálót kapjuk eredményül:

a.



b.



Legyen M(i) az i-edik háló specifikálásához szükséges valószínűségek számát. Adja meg az M(a)/M(b) általános képletét és számítsa ki ennek az aránynak közelítő értékét N=11 esetén.

a. eset:

Minden változónak csak egy szülője van, tehát a FVT-ja két elemet tartalmaz. Ennek alapján:
$M(a) = 2(N-1)+1$

b. eset:

v_N –nek N-1 szülője van, azaz a FVT-ja 2^{N-1} elemet tartalmaz. Ennek alapján:
$M(b) = 2^{N-1} + (N-1)$

N=11 esetén az arány:

$(2*10+1) / (2^{10} + 10) = 21/1034 \cong 1/50$

= =

Egy ágens megerősítéses tanulással tanul a BME-n járni az épületek között, hogy a számára a legelőnyösebb utat megtanulhassa. Tegyük fel, hogy minden épületben már kétszer volt, kivéve az R-ben, ahol négyszer. Minden épület hasznosság értéke egységesen 0.6. Most egy új felfedező körútra indult. D-ből indult ki, majd áthaladt az R-en, T-n, H-n is. Végül az E épületben kötött ki, ahol egy egységnyi dicséretben részesült. Hogyan látja ezek után az ágens az egyes egyetemi épületeknek a hasznosságát ?

A példában az épületek a környezetállapotok. Az érintett épületek esetén az ágens a kapott jutalmat a meglátogatott épületekre visszavetíti $U_i = R + U_j$ értelmében. Mivel a D-R-T-H-E szekvencia mentén közben jutalmat nem kapott, minden U érték 1 lesz. Most az ágens felfrissíti az épületek látogatottsági számát N(épület) = N(épület) + 1 és ezt követően az épületek (állapotok) hasznosságát.

Konkrétan:
$hasznosság_{új}(D) = hasznosság_{régi}(D) + (U(D) – hasznosság_{régi}(D))/N(D) =$
$0.6 + (1 – 0.6)/3 = 0.79$
$hasznosság_{új}(R) = hasznosság_{régi}(R) + (U(R) – hasznosság_{régi}(R))/N(R) =$
$0.6 + (1 – 0.6)/5 = 0.68$
$hasznosság_{új}(T) = hasznosság_{régi}(T) + (U(T) – hasznosság_{régi}(T))/N(T) =$
$0.6 + (1 – 0.6)/3 = 0.79$
$hasznosság_{új}(H) = hasznosság_{régi}(H) + (U(H) – hasznosság_{régi}(H))/N(H) =$
$0.6 + (1 – 0.6)/3 = 0.79$
$hasznosság_{új}(E) = hasznosság_{régi}(E) + (U(E) – hasznosság_{régi}(E))/N(E) =$
$0.6 + (1 – 0.6)/3 = 0.79$
$hasznosság_{új}(más) = hasznosság_{régi}(más) + (U(más) – hasznosság_{régi}(más))/N(más) =$
$0.6 + (0 – 0.6)/N =$ ... attól függően, hogy ott hányszor volt korábban

= =
Tanult definíciók és a rezolúció működése alapján magyarázza meg, hogy egy érvényes állítás érvényes voltát hogyan lehet a rezolúciós bizonyítással kimutatni. Érvelését az alábbi állítás esetén ültesse át gyakorlatba:

a. $\forall x\, P(x) \rightarrow \exists x\, P(x)$

Az érvényes állítás önmagában igaz, minden más ténytől függetlenül. Ez azt jelenti, hogy a rezolúciós bizonyításban az állításhalmaz üres, csakis a kérdés létezik, amit persze negáltjával kell figyelembe venni és rajta a rezolúciós lépéseket elvégezni.

Az a. állítás negálva:
$\neg\ (\forall x\, P(x) \rightarrow \exists x\, P(x))$
és klózzá alakítva:
$\neg\ (\neg\forall x\, P(x) \vee \exists x\, P(x))$
$\neg\ (\exists x\, \neg P(x) \vee \exists x\, P(x))$
$\forall x\, P(x) \wedge \forall y\, \neg P(y)$
$P(x) \wedge \neg P(y)$
a1. $P(x)$
a2. $\neg P(y)$
A rezolúciós lépés az a1. és az a2. klózok egy lépéses rezolválása x/y behelyettesítéssel, üres klózzá.

= =

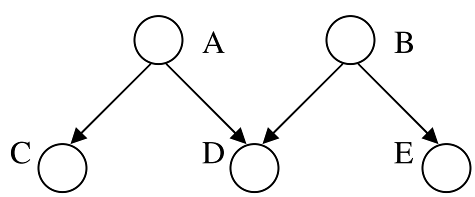
Mit ábrázol egy valószínűségi háló ? Magyarázza meg, hogyan lehet következtetni és tanulni valószínűségű hálókban. Rajzolja fel azt a valószínűségi hálót, melynek topológiája felel meg az alábbi függőségeknek és töltse ki annak FVT tábláit:

$P(A)=0.2$	$P(B)=0.4$
$P(C \mid A)=0.7$	$P(C \mid \neg A)=0.1$
$P(D \mid A,B)=0.2$	$P(D \mid A, \neg B)=0.3$
$P(D \mid \neg A,B)=0.4$	$P(D \mid \neg A, \neg B)=0.0$
$P(E \mid B)=0.6$	$P(E \mid \neg B)=0.9$

A felsoroltakon kívül kell-e még valamilyen valószínűséget specifikálni ? Mik a háló építésének a lépései ? A háló építésénél mi múlik a véletlen változók rendezésén ?
A valószínűségi háló az adott problémát leíró együttes valószínűségi eloszlás tömör ábrázolása (a véletlen változók, közvetlen hatások és a feltételes valószínűségi táblák segítségével)(a tömörség forrása a feladatban rejlő függőségek kihasználása – feltételes függetlenség).

Magyarázza meg, hogyan lehet következtetni és tanulni valószínűségű hálókban.
A valószínűségi hálóban a kérdéses változók és az evidencia változók akárhol helyezkedhetnek a hálóban (tipikus elhelyezések az un. kauzális, diagnosztikai, okok közötti és vegyes következtetéshez vezetnek). Ha a háló egyszeresen összefüggő, megadható egy rekurzív számítási eljárás, amely a kérdéses változókra nézve keresi ki a hálóban az evidencia hatását (a szülő csomópontok felül és a gyerek csomópontok felül). Ha a háló nem egyszeresen összefüggő, akkor zárt számítási módszer nincs, többféle közelítő módszer létezik. Tanulást a neurális háló mintájára meg lehet oldani úgy, hogy a FVT elemei a súlyok és a gradiens kiszámításához alkalmazott kritérium a P(adatok|FVT-k) valószínűség.

Rajzolja fel azt a valószínűségi hálót, melynek topológiája felel meg az alábbi függőségeknek és töltse ki annak FVT tábláit:



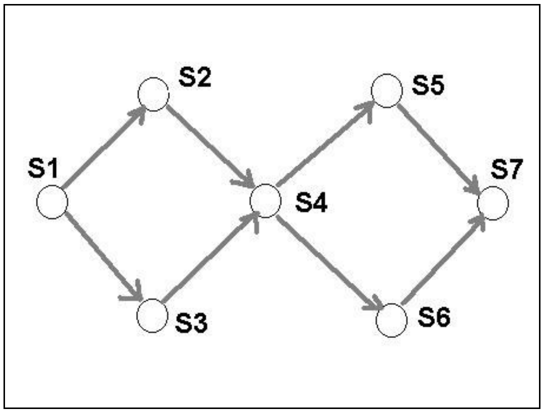
A felsoroltakon kívül kell-e még valamilyen valószínűséget specifikálni ? Nem.

Mik a háló építésének a lépései ?
A valószínűségi változók megválasztása, sorbarendezése, egyenkénti behelyezése a hálóba, a közvetlen hatások figyelembevétele, a FVT-k kitöltése.

A háló építésénél mi múlik a véletlen változók rendezésén ?
A keletkezett háló komplexitása (a hatások száma és a belőle adódó FVT táblák értékhalmaza). Jó (kauzális) rendezéssel az együttes eloszlás exponenciális komplexitását lényegesen le lehet csökkenteni.

= = = = = = = = = = == =

Az ágens megerősítéses tanulással tanulja meg az ábrán látható állapotátmeneti gráffal modellezett környezetben az egyes állapotok hasznosságértékét. Az állapotátmenetek valószínűsége egyenletes eloszlású. Az S2, S3 és S5 állapotokban kapott megerősítés mértéke 1, az S6 állapotban -1, a többi állapotban 0. Adja meg az egyes állapotok hasznosságát!



S7 hasznossága 0, abból adódóan S5-é 1, S6-é –1.
S4-ből azonos arányban mehet S5, S6 felé, saját megerősítése nincs, a hasznossága így 0. Ugyanaz játszódik most az S2, S3, majd S1 esetén, de most S2, S3 hasznossága 1, és S1-é 1, az előbbi kettő átlaga.

= = = = = = = = = = = = =