

Bevezetés a számításelméletbe II.

Zárthelyi feladatok

2003. március 27.

1. A G egyszerű gráfnak $2k + 1$ csúcsa van. Az egyik csúcs foka k , az összes többi csúcs foka legalább $k + 1$. Bizonyítsuk be, hogy G -ben van Hamilton-kör!

2. Egy gráfban bolyongásnak nevezünk egy olyan élsorozatot, amely minden élen legfeljebb egyszer megy át (de egy ponton többször is átmehet). Hány élből áll a lehető leghosszabb bolyongás

a) K_9 -ben, a 9 csúcsú teljes gráfban; b) K_{10} -ben, a 10 csúcsú teljes gráfban?

3. Határozzuk meg az összes olyan 10 csúcsú egyszerű G gráfot, amelyre $\chi(G) = 2$, de bárhogy húzunk be G -be egy új élet (két nemszomszédos csúcsa közé), a kapott G' gráfra $\chi(G') > 2$!

4. A G gráf csúcsai legyenek a 8×8 -as sakktábla mezői és két mező akkor legyen szomszédos G -ben, ha egy lóugrásra vannak egymástól. (A sakkban a ló egy lépése abból áll, hogy két mezőt halad függőleges, vagy vízszintes irányban, utána még egy mezőt mozdul az eddigi mozgásirányára merőlegesen.)

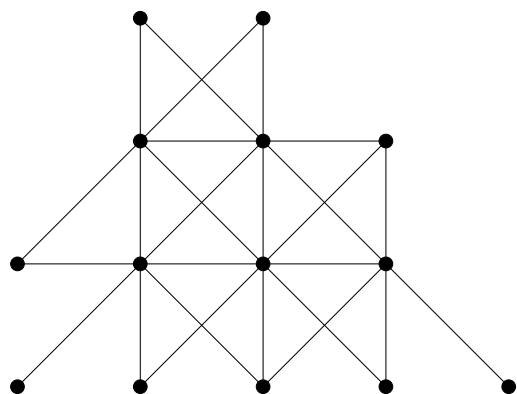
a) Határozzuk meg G kromatikus számát, $\chi(G)$ -t!

b) Bizonyítsuk be, hogy G perfekt!

5. A G páros, egyszerű gráfban minden pont foka r ($r \geq 2$). Osszuk fel G egy tetszőleges élet egy ponttal. Mennyi a keletkezett G' gráf $\chi_e(G')$ élkromatikus száma? (Az él ponttal való felosztása azt jelenti, hogy az élet kitöröljük a gráfból, majd hozzáveszünk a gráfhoz egy új pontot és összekötjük a kitörölt él két végpontjával.)

6. A G irányított gráf csúcsai legyenek egy n elemű halmaz összes részhalmazai. Az A részhalmazból akkor vezessen egy irányított él a B részhalmazba, ha $A \subset B$, de $A \neq B$. Az A -ból B -be vezető élhez rendeljük hozzá az $|A| + |B|$ értéket. Határozzuk meg az így kapott PERT feladatban a szükséges időt és a kritikus tevékenységeket!

7. Határozzuk meg az alábbi gráfban a független élek maximális számát!



8. Adjunk meg az alábbi hálózatban egy maximális folyamatot (S -ből T -be) és bizonyítsuk is be róla, hogy maximális!

