

2. Zárthelyi 2008 tavasz A2 Munkaidő: 90 perc

- Léteznek-e a következő határértékek? (a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^4}{x^2 + y^4}$ (b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{y^4}{x^2 + y^4}$
- Legyen $f(x, y) = (x^2 + y) \cos \frac{1}{x^2 + y^2}$ az origón kívül és $f(0, 0) = 0$. Számítsa ki f azon parciális deriváltjait az origóban, amelyek léteznek, ha vannak ilyenek!
- Legyen K az $R = 2$ sugarú origóközéppontú kör x tengely feletti fele. $\iint_K x^6 y \, dx \, dy = ?$
- Állapítsa meg, hogy a következő numerikus sorok közül melyik konvergens:
(a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{n}\right)^n$ (b) $\sum_{n=1}^{\infty} n \sin \frac{1}{n}$ (c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$ (d) $\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2}$
- Legyen minden $n \in \mathbb{N}$ -re $f_n(x) = \frac{n^x + 2^{nx}}{2n^x + 3 \cdot 2^{nx}}$. Határozza meg az $(f_n(x))$ függvénysorozat határfüggvényét!
- Melyik igaz, melyik nem egy f kétváltozós függvényre egy adott pontban?
 - Ha minden, az adott ponton átmenő egyenes mentén létezik határértéke, akkor létezik határértéke
 - Ha van egy olyan, az adott ponton átmenő egyenes, melynek mentén nem folytonos, akkor nem létezik határértéke
 - Ha nem folytonos, akkor van két, az adott ponton átmenő egyenes, melyek mentén különböző a határértéke
 - Ha mindkét változója szerint parciálisan deriválható, akkor folytonos
 - Melyik igaz, melyik nem egy numerikus sorra?
 - Ha a tagjai 0-hoz tartanak, akkor konvergens
 - Ha konvergens, akkor az abszolút értékeiből alkotott sor is konvergens