JAVÍTÁSI PÉLDÁNY

Nagypélda

Egy diszkrét idejű rendszer állapotváltozós leírása a következő:

$x_1[k+1] = -2\, x_1[k] + u[k]$

$x_2[k+1] = x_1[k] + 0{,}5\, x_2[k]$

$y[k] = 2\, x_1[k] + a\, x_2[k]$,

ahol „a” paraméter.

a) Döntse el, aszimptotikusan stabilis-e a rendszer! Válaszát indokolja! (2 pont)

b) Számítsa ki a rendszer impulzusválaszának k = 0, 1, és 2 ütembeli értékét! (2 pont)

c) Adja meg a rendszer impulzusválaszának formuláját! (3 pont)

d) Válassza meg az „a” paraméter értékét úgy, hogy a rendszer gerjesztés-válasz stabilis legyen, illetve indokolja válaszát, ha ez nem lehetséges! (1 pont)

e) Adja meg a rendszer ugrásválaszának (az $u[k] = \varepsilon[k]$ gerjesztőjelre adott válaszának) kifejezését a = 5 paraméter érték mellett! (2 pont)

---

a) $\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0{,}5$, a rendszer aszimptotikusan labilis, mert $|\lambda_1| > 1$
2 pont

b)

k	$x_1[k]$	$x_2[k]$	$u[k] = \delta[k]$	$y[k] = h[k]$
0	0	0	1	0
1	1	0	0	2
2	- 2	1	0	- 4 + a

$h[0] = 0$, $h[1] = -2$, $h[2] = -4 + a$ 2 pont

c) Egyik megoldás.

k	$x_1[k]$	$x_2[k]$	$u[k] = \delta[k]$	$y[k] = h[k]$
3	4	- 1,5	0	8 - 1,5 a

$h[k] = M_1\,(-2)^{k-2} + M_2\,(0{,}5)^{k-2}$

Illesztés k = 2-re $M_1 + M_2 = -4 + a$

k = 3-ra $-2\,M_1 + 0{,}5\,M_2 = 8 - 1{,}5\,a \quad \rightarrow \quad M_1 = -4 + 0{,}8\,a$, $M_2 = 0{,}2\,a$

$$h[k] = 2\,\delta[k-1] + \varepsilon[k-2]\left[(-4+0{,}8\,a)\,(-2)^{k-2} + 0{,}2\,a\,(0{,}5)^{k-2}\right] =$$
$$= \varepsilon[k-1]\left[(2-0{,}4\,a)\,(-2)^{k-1} + 0{,}4\,a\,(0{,}5)^{k-1}\right]$$

Másik megoldás.

$$\underline{\underline{L}}_1 = \frac{1}{\lambda_1 - \lambda_2}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_2\,\underline{\underline{E}}\right) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}4 & 0 \end{bmatrix}; \qquad \underline{\underline{L}}_2 = \frac{1}{\lambda_2 - \lambda_1}\left(\underline{\underline{A}} - \lambda_1\,\underline{\underline{E}}\right) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0{,}4 & 1 \end{bmatrix}$$

$$h[k] = \varepsilon[k-1]\left\{\begin{bmatrix} 2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -0{,}4 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}(-2)^{k-1} + \begin{bmatrix} 2 & a \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0{,}4 & 1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}(0{,}5)^{k-1}\right\} =$$
$$= \varepsilon[k-1]\left[(2-0{,}4\,a)\,(-2)^{k-1} + 0{,}4\,a\,(0{,}5)^{k-1}\right]$$

3 pont (Csak egy megoldás értékelhető)

d) a = 5 1 pont

e) $h[k] = 2\,\varepsilon[k-1]\,(0{,}5)^{k-1}$, $u[k] = \varepsilon[k]$

$$y[k] = \varepsilon[k-1] \sum_{p=1}^{k} 2\,(0{,}5)^{p-1} = \varepsilon[k-1]\; 2\, \frac{0{,}5^k - 1}{-0{,}5} = \varepsilon[k-1]\,\left(4 - 2\,(0{,}5)^{k-1}\right)$$

(Más alakú megoldás is jó lehet)

2 pont

Kispéldák

1. Egy lineáris, invariáns FI rendszer válaszjele az $u(t) = 2\,\varepsilon(t)$ gerjesztő jelre $y(t) = \varepsilon(t)\,\left[2 - 4\,e^{-t}\right]$. Adja meg az $y_1(t)$ válaszjel kifejezését, az $u_1(t) = 10\,\varepsilon(t-2)$ gerjesztő jelre! (1 pont)

$y_1(t) = \varepsilon(t-2)\,\left[10 - 20\,e^{-(t-2)}\right]$ 1 pont

2. Egy GV stabilis DI rendszer $u[k]$ bemeneti jelére $|u[k]| < 10$ (minden k–ra). Mit állíthatunk az $y[k]$ válaszjelről? (1 pont)

$y[k]$ korlátos 1 pont

3 Adja meg annak a feltételét, hogy az $x[k]$ DI jel véges energiájú legyen! (1 pont)

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} |x[k]|^2 < \infty$$ 1 pont

4. Egy FI rendszer impulzusválasza: $h(t) = 5\,\varepsilon(t)\,e^{-2t}$, gerjesztőjele: $u(t) = 10$ (konstans). Adja meg a rendszer válaszjelét! (1 pont)

$y(t) = 25$ 1 pont

5. Egy folytonos idejű rendszer állapotváltozós leírása az alábbi:
$x'(t) = -2\,x(t) + 3\,u(t)$, $y(t) = 4\,x(t) + 5\,u(t)$.
Adja meg a rendszer impulzusválaszát a $t = +0$ pillanatban! (1 pont)

$h(+0) = 12$ 1 pont