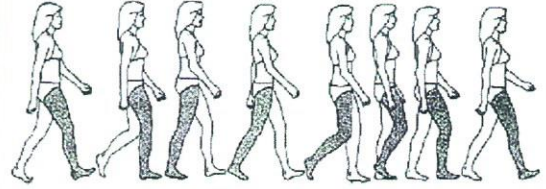
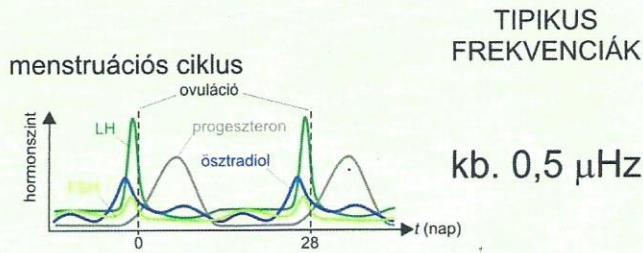
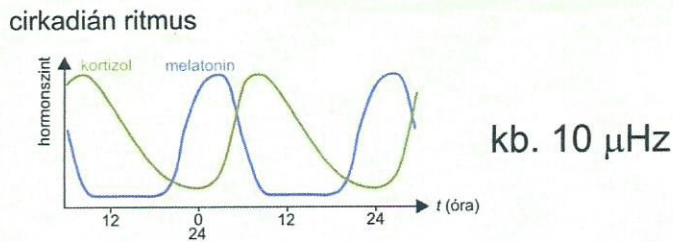


# REZONANCIA

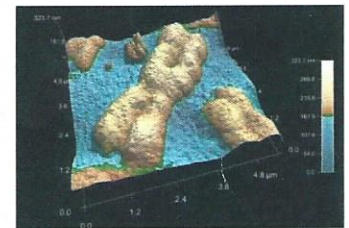
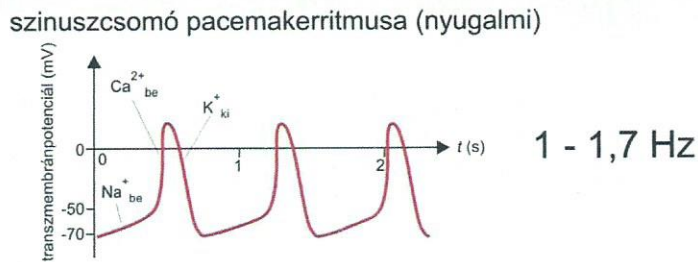
## RUGALMASSÁG, REZGÉSEK, REZONANCIA, AZ ATOMERŐ-MIKROSKÓPIA ALAPJAI



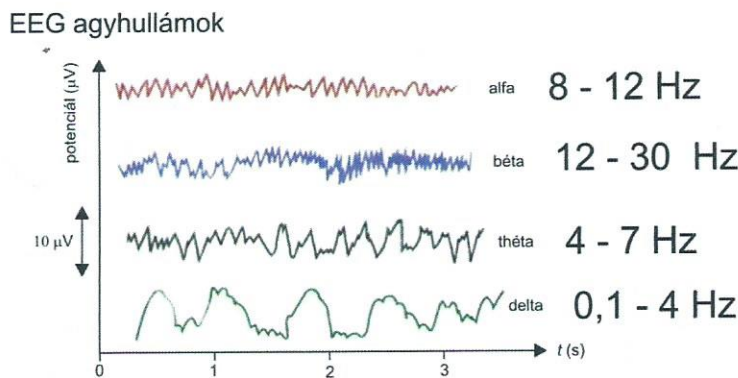
a járás mint tökéletlen ingamozgás



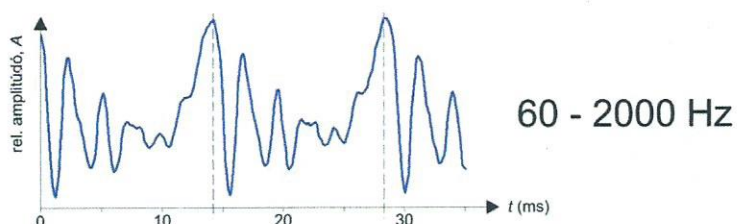
egy fej képe medián metszetben mágneses-rezonancia-képkalkotással (MRI)



atomerő mikroszkóppal készült 3D felvétel (emberi kromoszóma)



hangszálak hangképzése (kitartott "a" magánhangzó)



## ÖSSZEFOGLALÁS:

**RUGALMASSÁG:** Rugalmasnak nevezünk egy szilárd testet akkor, ha a test alakját deformáló külső erők hatására a testben olyan erők lépnek fel, amelyek a test eredeti alakját vissza igyekeznek állítani.

**OSZCILLÁCIÓ, REZGÉS, LENGÉS:** az oszcilláció avagy rezgés olyan jelenség, melynek során valamely mennyiség egy egyensúlyi érték körül időben változik.

**OSZCILLÁTOR , REZGŐRENDSZER:** olyan rendszer, mely felépítésénél fogva külső hatásra **oszcillálni** képes.

**HARMONIKUS REZGÉS:** a rezgést harmonikusnak nevezzük, ha a változás szinuszos. Az ilyen rezgés akkor alakul ki, amikor az egyensúlyi állapotba visszatérítő hatás arányos az attól való eltéréstől és az egyensúlyi helyzet felé mutat.

**AMPLITÚDÓ:** a rezgés egyensúlyi állapothoz viszonyított legnagyobb kitérése (egy perióduson belül).

**CSILLAPÍTATLAN SZABADREZGÉS:** olyan rezgőrendszer rezgése, amelyben nincs energiaveszteség (pl. súrlódás), így a rezgés amplitúdója állandó.

**SAJÁTFREKVENCIA:** az a frekvencia, amelyen a szabadon hagyott rezgőrendszer rezeg. A sajátfrekvencia független a kitérés nagyságától, értékét csupán a rendszer tulajdonságai szabják meg.

**CSILLAPÍTOTT SZABADREZGÉS:** olyan rezgőrendszer rezgése, amelyben van energiaveszteség (pl. súrlódás), ezért a rezgés amplitúdója időben csökken.

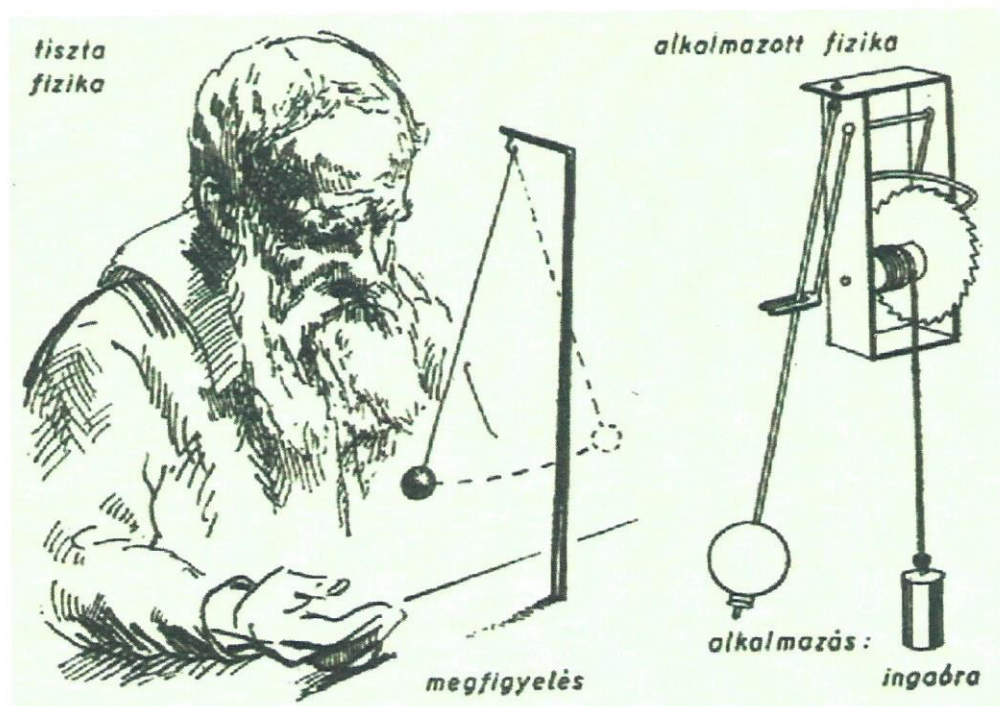
**KRITIKUS CSILLAPÍTÁS, APERIODIKUS REZGÉS:** az ún. kritikus csillapításnál a periódusonkénti energiaveszteség olyan nagy, hogy a rezgés már nem lendül át a másik irányba, hanem ún. aperiodikussá válik.

**CSILLAPÍTOTT KÉNYSZERREZGÉS:** olyan rezgés, mely akkor lép fel, ha a rezgőrendszerre a visszatérítő erőn kívül még egy váltakozó külső kényszererő is hat, amely pótolja az energiaveszteséget. Egy idő után a rezgőrendszer frekvenciája azonos lesz a kényszererő frekvenciájával, amplitúdója pedig állandó lesz.

**REZONANCIA:** olyan kényszerrezgés, amelynél a külső kényszererő frekvenciája közel esik a rezgőrendszer sajátfrekvenciájához. Ilyenkor igen nagy amplitúdók fordulhatnak elő.

**REZONANCIAGÖRBE:** A kényszerrezgés amplitúdó–frekvencia-függvényét rezonanciagörbének hívjuk.

**REZONANCIAFREKVENCIA:** A rezonanciagörbe maximumhelye, értéke megegyezik a sajátfrekvenciával.



A mindennapi életből számos példát ismerünk időben periodikus változásokra, rezgésekre mint a lengés, a hullámozgás, a hang és a fény. A rezgések keltésére szolgáló eszközök az oszcillátorok, melyekre hétköznapi példa az ingaóra ingájának súlyokkal fenntartott lengése, a szél által felkorbácsolt hullámok, a hangot kibocsátó hangszalag vagy hangszer, illetve az elektromágneses hullámokat előállító mikrohullámú sütő. Az így keltett rezgések alkalmasak lehetnek más rezgőképes rendszerek megrezgetésére, amelynek során rezonancia léphet fel. Erre példa a hangszalagok által keltett hang rezonanciája a szájban, az orrban és az orrmelléküregekben vagy a mikrohullámok kölcsönhatása a vízmolekulákkal.

Az oszcilláló jelenségek fontosságát mutatja számos élettani példa: a havi-, a diurnális (napi), a GnRH (gonadotropin felszabadító hormon)- és a szívciklus; ide tartoznak továbbá az agyhullámok, az idegi akcióspotenciál-sorozatok, a hangszalagok, illetve a belső fül szőrsejtjeinek rezgései is, de a járás kényelmes ütemét is a végtagok sajátfrekvenciája szabja meg. Az alkalmazott orvostudomány területén többek között a belső szervek kopogtatásos vizsgálata (perkusszió), a lézeres, a diatermiás és az ultrahangos kezelés, spektroszkópiai eljárások (például NMR, ESR, FRET), illetve az atomerő-mikroszkópia gazdagítja a diagnosztika és a kutatás rezonancián alapuló eszköztárát.

A gyakorlati mérés során igazoljuk a rugalmassági törvényt, majd egy rugó-tömeg-csillapítás-rendszeren vizsgáljuk a rezonancia jelenségét, mely alkalmas az atomerő-mikroszkópia alapelveinek megértésére is.

## ELMÉLETI ÖSSZEFOGLALÁS

### RUGALMAS ALAKVÁLTOZÁS:

Rugalmasnak nevezünk egy szilárd testet akkor, ha a test alakját deformáló külső erők hatására a testben olyan erők lépnek fel, amelyek a test eredeti alakját vissza igyekeznek állítani. Ezt fejezi ki a **rugalmassági (Hooke)-törvény**:

$$F = -Dx, \quad (1)$$

ahol  $F$  a testben ébredő visszatérítő erő (húzó, nyomó, hajlító stb.),  $x$  a deformáció,  $D$  pedig a **rugóállandó**. A rugóállandó a testre ható  $\Delta F_k$  külső erőváltozából és az általa okozott  $\Delta x$  deformációból számítható:  $D = \Delta F_k / \Delta x$  (lásd 1. ábra).

### REZGÉSEK, LENGÉSEK, OSZCILLÁCIÓ

A rezgés, lengés, avagy oszcilláció ismétlődő mozgást, eltérést, kitérést jelent egy fizikai, kémiai, vagy biokémiai változó egyensúlyi értéke körül.

### HARMONIKUS REZGÉS

Egy pontszerű test harmonikus rezgőmozgást végez, ha a nyugalmi helyzetből kimozdított pontra ható visszatérítő erő arányos a pont kitérésével és a nyugalmi helyzet felé mutat (pl. kis kitérésű fonálinga). Ilyenkor a változás **szinuszos**. Amennyiben a fenti arányosság nem érvényesül, a rezgés **periodikus, de nem szinuszos** lesz (ilyen pl. az erősen kitérített fonálinga vagy az élettani oszcillációk többsége).

A **harmonikus rezgőmozgást** egyszerűen származtathatjuk az egyenletes körmozgásból: egy  $R$  sugarú kör mentén egy pontot  $\omega$  szögsebességgel forgatunk (lásd 2. ábra). Belátható, hogy a körmozgás folyamán a pont függőleges vetülete szinuszosan fog fel-le mozogni. Egy bizonyos szögsebességnél, fázisszögnél és sugárnál a forgó pont vetülete ugyanolyan mozgást végezhet, mint pl. egy rugóra felfüggesztett, nyugalmi helyzetéből kitérített  $m$  tömeg (lásd  $a, b, \dots f$  helyzeteket). Ekkor a maximális kitérés, azaz a rezgés **amplitúdója**  $A = R$  lesz. Amennyiben az  $x$  kitérését és a  $t$  időt a nyugalmi helyzettől ( $a$ ) számítjuk, a rezgő tömeg kitérését a  $\phi = \omega t$  fázisszögnél az

$$x = A \sin(\omega t) \quad (2)$$

egyenlet írja le, amely minden harmonikus rezgésre igaz.

A harmonikus rezgőmozgás jellemzője az  $f_0$  frekvenciájú ún. **sajátfrekvencia**, ill. a  $T = 1/f_0$  **periódusidő**. Ezek a rezgőrendszer paramétereiből számíthatók ki, és függetlenek a kitérés nagyságától (pl. rugó-tömeg rezgőrendszer esetén lásd az 1. megjegyzést). A rezgés során a periodikus kitérést a tipikus **energiafajták egymásba alakulása** kíséri. Pl. inga lengése során a lengő tömeg mozgási energiája és a gravitációs potenciális energia alakul át egymásba. Rugó-tömeg rezgőrendszer esetén a rezgő tömeg mozgási energiája és a rugó potenciális energiája fluktuál. Rezgőkör esetén a tekercs mágneses energiája alakul át a kondenzátor elektromos energiájává (lásd 18. SZINUSZOSZCILLÁTOR). Az energiavesztés nélküli ideális rezgőrendszerekben az említett energiák összege mindig állandó.

Kapcsolódó részek:




Damjanovich-Fidy-Szöllösi:

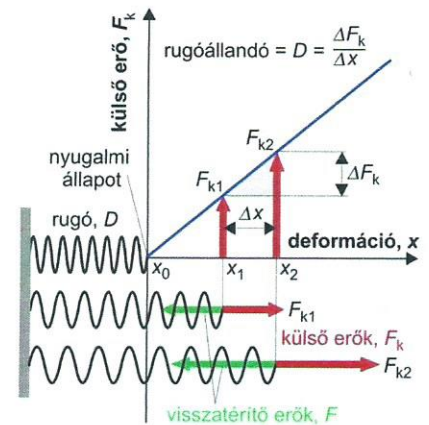
II/2.1.3., II/2.4.1., IV/3.2.1., VI/3.2.,

VII/1.2.4., VII/1.4.3., VIII/4.1.1., VIII/4.2.2.,

IX/4.3., X/2., X/4.1.

Internet animáció: [http://www.walter-fendt.de/ph14hu/resonance\\_hu.htm](http://www.walter-fendt.de/ph14hu/resonance_hu.htm)

-  oszcilláció, rezgés, lengés
-  oscillation, vibration, swinging
-  Oszillation, Vibration, Schwingung



1. ábra. A rugóállandó származtatása az erő-deformáció-függvény meredekségéből.

### 1. megjegyzés:

Egy harmonikus rezgőrendszer  $x$  kitérése  $A$  maximális kitérés  $\omega$  körfrekvencia esetén  $t$  időpillanatban (ha a kezdőfázist 0-nak vesszük):

$$x = A \sin(\omega t) \quad (1)$$

Mint ismert, a rezgő pont  $a$  gyorsulása a kitéréssel arányos:

$$a = -\omega^2 x \quad (2)$$

A példánkban említett felfüggesztett rugó-tömeg-rendszerben az  $x$  kitérésre a rugalmassági (Hooke)-törvény érvényes:

$$F = -Dx, \quad (3)$$

ahol  $F$  a rugóban ébredő erő,  $D$  a rugóállandó. Tehát az  $m$  tömegre ható visszatérítő erő arányos és ellentétes irányú lesz a kitéréssel. A rezgő tömegre Newton II. törvénye alapján a (2) összefüggés értelmében

$$F = ma = -m\omega^2 x \quad (4)$$

erő hat. A (3), ill. a (4) egyenletek összevetéséből:




$$D = m\omega^2 \quad (5)$$

adódik. Az  $\omega = 2\pi f$  összefüggést felhasználva az (5) egyenletből a rezgőrendszer  $f_0$  **sajátfrekvenciájához** jutunk:

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{D}{m}} \quad (6)$$

### 2. megjegyzés:

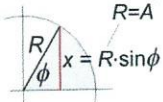
– A füttyülés hangja a szájüreg rezonanciája által képzett közel szinuszos, tehát harmonikus rezgés.

-  sajátfrekvencia
-  eigenfrequency, natural frequency
-  Eigenfrequenz

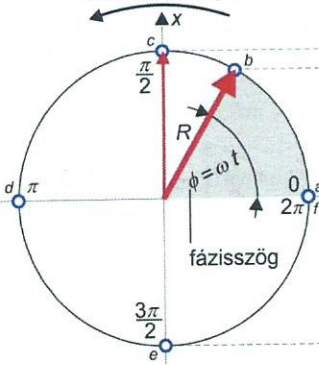
## EGYENLETES KÖRMOZGÁS

emlékeztető:

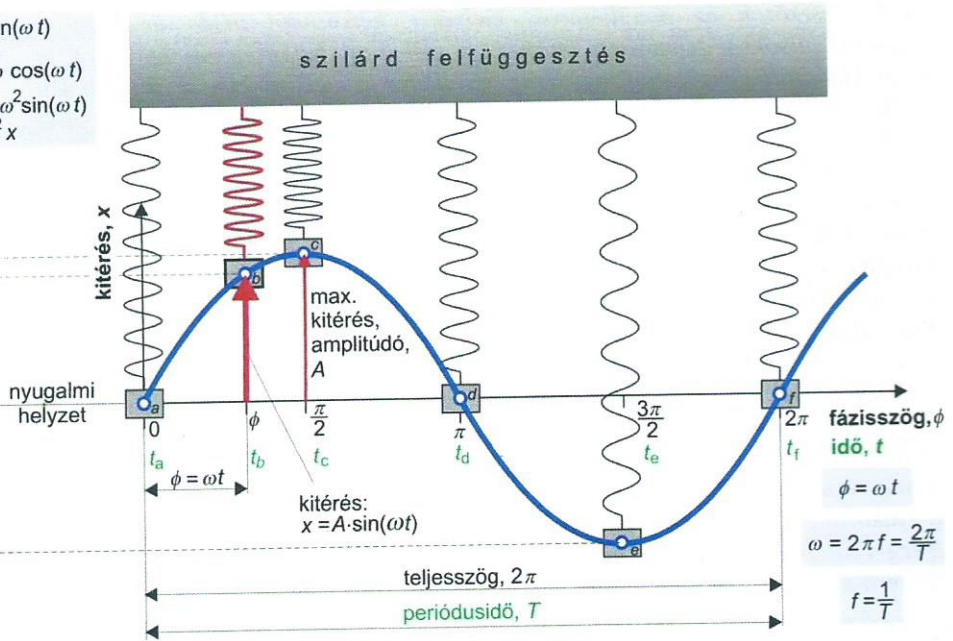
kitérés:  $x = A \cdot \sin(\omega t)$   
 kerületi sebesség:  $v = A \omega \cos(\omega t)$   
 centripetális gyorsulás:  $a = -A \omega^2 \sin(\omega t)$   
 $a = -\omega^2 x$



szögsebesség, körfrekvencia,  $\omega$



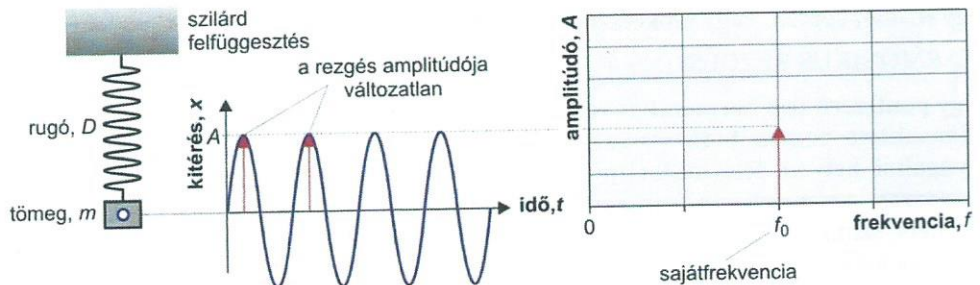
## HARMONIKUS REZGŐMOZGÁS



2. ábra. A harmonikus rezgőmozgás (pl. rugó-tömeg rezgőrendszer) származtatása az egyenletes körmozgásból.

## CSILLAPÍTATLAN SZABADREZGÉS

Ha a példánkban szereplő rugó-tömeg-rezgőrendszert súrlódásmentesnek tételezzük fel, akkor a nyugalmi helyzetéből  $x = A$  mértékben kimozdított tömeg ún. **csillapítatlan szabadrezgést** végez (lásd 3. ábra) változatlan amplitúdóval, végtelen ideig. Ebben az ideális esetben az ábra jobb oldalán található amplitúdó-frekvencia-ábrázolásban (spektrum) a rezgést az adott  $f_0$  **sajátfrekvenciájánál** egyetlen  $A$  amplitúdójú vonal jellemzi.



3. ábra. Rugó-tömeg-rezgőrendszer csillapítatlan szabadrezgése és spektruma.

## CSILLAPÍTOTT SZABADREZGÉS

### 3. megjegyzés:

Levezethető, hogy egy folyadékkal töltött hengerben mozgó laza dugattyú annak sebességével arányos közegellenállási erőt képvisel (viszkózus csillapítás). Ezen az elven működnek a gépjárművek lengés-csillapítói is.

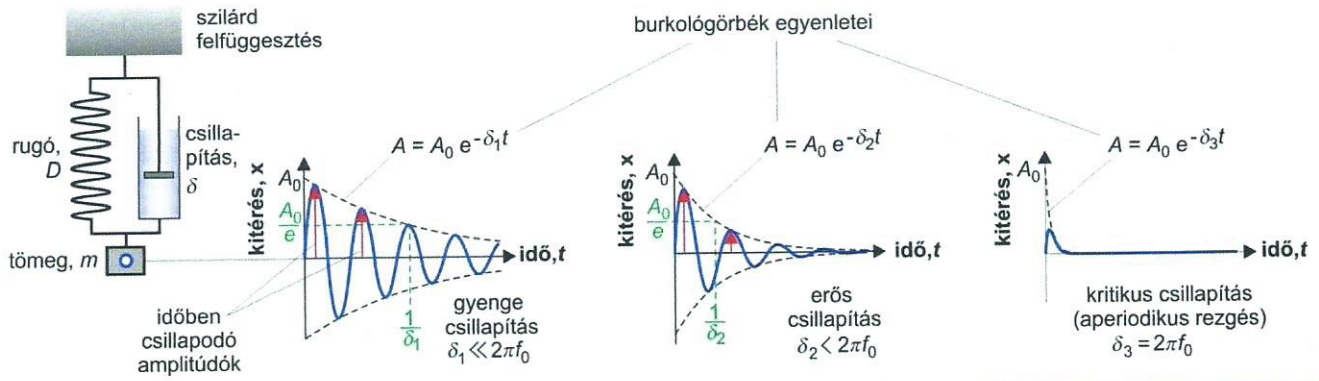
Analog mérőműszerek mutatóinál a gyors, rezgésmentes beállítás igénye miatt kritikus csillapítást alkalmaznak.

A gyakorlatban azonban a súrlódás mindig jelen van, ezért a rezgőrendszer energiája a rezgés során fokozatosan felemésztyődik (hővé alakul), a rezgés amplitúdója egyre csökken. Ha az energiavesztést egy, a rezgés pillanatnyi sebességével arányos közegellenállási erő okozza (**viszkózus csillapítás**), a rezgés csillapodását egy  $\delta$  **csillapítási tényezővel** vesszük figyelembe. Ilyenkor a rezgés  $A$  amplitúdója **exponenciális jellegű csökkenést** mutat (lásd 4. ábra), amit az ábrán szaggatott vonalú burkológörbe jelöl. A csillapítás figyelembevételével a csillapított szabadrezgés egyenlete:

$$A = A_0 e^{-\delta t} \sin(\omega t) \quad (3)$$

Erősebb csillapodás esetén a rezgés gyorsabban veszít amplitúdójából. Figyeljük meg, hogy a rezgés amplitúdója  $1/\delta$  idő alatt csökken a kezdeti érték  $e$ -ed részére (kb. 37%-ára). Az ún. **kritikus csillapításnál** a periódusonkénti energiavesztés olyan nagy, hogy a rezgő pont, vagy test már nem lendül át az egyensúlyi helyzetén, ilyenkor a mozgás **aperiodikussá** válik.

- kritikus csillapítás
- critical damping
- kritische Dämpfung



4. ábra. Rugó–tömeg–csillapítás rezgőrendszer csillapodó szabadrezgései.

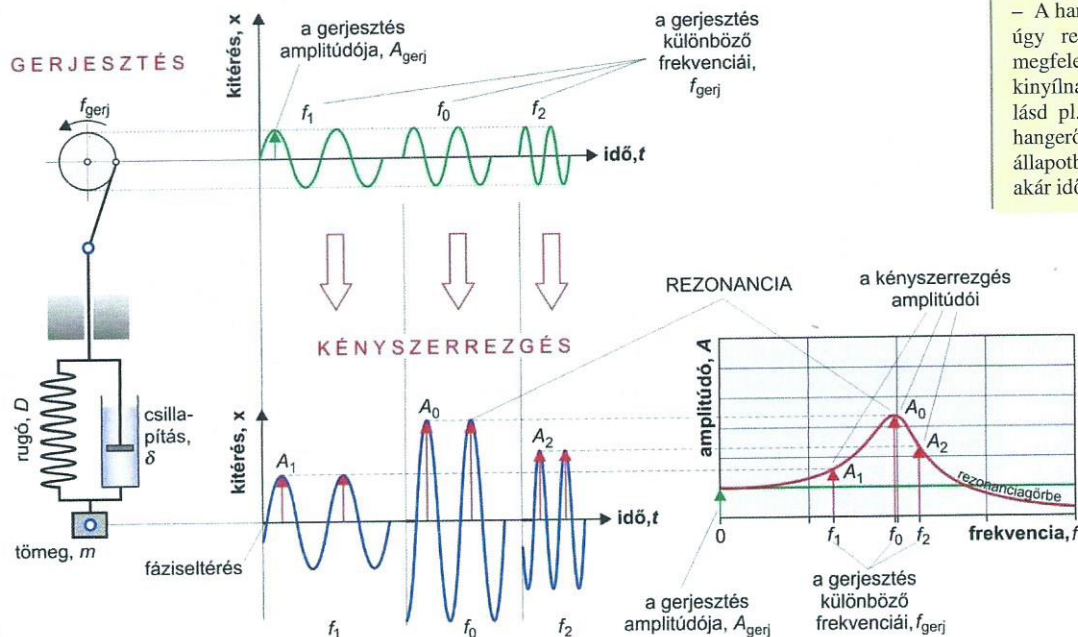
### CSILLAPÍTOTT KÉNYSZERREZGÉS

Vizsgáljuk meg azt az esetet, amikor a rezgőrendszerre a visszatérítő erőn kívül még egy szinuszosan váltakozó erő is hat (lásd 5. ábra). Ez a külső, adott frekvenciájú és amplitúdójú erő mintegy kényszeríteti, gerjeszteni fogja a rezgőrendszert, és ún. **kényszerrezgés** alakul ki.

A **kényszerrezgés frekvenciája** a rezgőrendszer sajátfrekvenciájától függetlenül egy bizonyos, ún. tranziens (átmeneti) idő elteltével **azonos lesz a gerjesztő rezgés frekvenciájával**. Mivel a kényszerrezgés energiája a csillapítás miatt hővé alakuló energiát folyamatosan pótolja, ezért a tranziens idő elteltével **a kényszerrezgés amplitúdója állandó lesz**.

A kényszerrezgés amplitúdója azonban erősen függeni fog attól, hogy a gerjesztés frekvenciája milyen közel van a rezgőrendszer sajátfrekvenciájához. Nagyon lassan váltakozó gerjesztésnél ( $f_{gerj} \approx 0$ ) a rezgőrendszer hűen követi a gerjesztés kitérését, azaz a kényszerrezgés amplitúdója azonos lesz a gerjesztésével. Növelve a gerjesztés frekvenciáját előbb lassan, majd rohamosan fog nőni a kényszerrezgés amplitúdója. A sajátfrekvencia közelében az amplitúdó sokszorosa lehet a gerjesztés amplitúdójának. Túlhaladva a sajátfrekvencián először rohamosan, majd lassan csökken az amplitúdó, míg végtelen nagy frekvencián nullává válik. Ezt a folyamatot ábrázolja a 5. ábra. Másképpen megfogalmazva ez azt jelenti, hogy a gerjesztés energiája a sajátfrekvencián adódik át a leghatékonyabban a rezgőrendszernek.

Ha a gerjesztés frekvenciája közelít a rezgőrendszer sajátfrekvenciájához, a kényszerrezgés amplitúdója a csillapítástól függően igen nagy lehet, ez a jelenség a **rezonancia**. Az amplitúdó–frekvencia–függvényt **rezonanciagörbének** hívjuk. Ennek maximumhelyét **rezonanciafrekvenciának** nevezzük (ez megegyezik a sajátfrekvenciával).



5. ábra. Rugó–tömeg–csillapítás rezgőrendszer csillapított kényszerrezgése.

#### 4. megjegyzés:

A hallásküszöbgörbét, ill. az azonos hangosságú görbékét különböző mechanikai rezonanciák alakítják (lásd 22. AUDIO-METRIA). A külső hallójárat egy olyan orgonasíphoz hasonlít, melynek egyik vége zárt, a másik nyitott, kb. 3700 Hz rezonanciafrekvenciával, erős csillapítással. A hallásküszöbgörbe meghatározó „U” alakját pedig a kb. 1000 Hz-en jelentkező hallócsontocskák rezonanciái okozzák.

- rezonancia
- resonance
- Resonanz

#### 5. megjegyzés:

Ha a rezonancia következtében az amplitúdó túl nagyga válik, akkor a rendszer tönkre is mehet. Ez a **rezonanciakatasztrófa**.

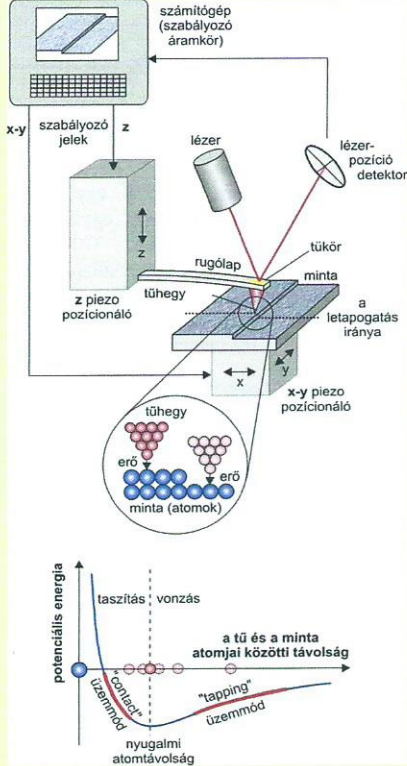
– A XIX. században két kisebb híd is összeomlott katonák ütemes átmasírozása miatt. Ha a lépések ütemének frekvenciája megegyezik a híd rezonanciafrekvenciájával, a lépésenkénti energiaátadás olyan mértékben belengetheti a hidat, hogy az leszakadhat. A negatív tapasztalatokat figyelembe véve olyan szabály született, amely a gyalogos csapatok hidakon való átvonulásakor szabadlépést tett kötelezővé.

– Hidak vagy magas építmények erős szélben, a periodikusan leszakadó légörvények hatására sajátfrekvenciájukon egyre növekvő amplitúdójú lengésbe jöhetnek. Megfelelő mértékű csillapítás beépítésével a rezonancia csúcs kisebb lesz és a katasztrófa elkerülhető.

– A hangszálak normális körülmények között úgy rezegnek, hogy sajátfrekvenciájuknak megfelelően ritmikusan összezáródnak, ill. kinyílnak (nemszinuszos, periodikus rezgés; lásd pl. YOUTUBE: vocal cord). Túl nagy hangerő kiadásakor a hangszálak ödémás állapotba kerülhetnek, ez rekedtséget vagy akár időleges némaságot is okozhat.

### 7. megjegyzés:

Sík hordozólemeze felvitt biológiai preparátumok felszínének domborzati feltérképezése **pásztázó túsondás mikroszkópokkal** (Scanning Probe Microscope, SPM) lehetséges. A tű-minta-kölcsönhatástól függően megkülönböztethetünk atomerő-mikroszkópot (Atomic Force Microscope, AFM), alagútáram mikroszkópot (Scanning Tunneling Microscope, STM), mágneses erő mikroszkópot (Magnetic Force Microscope, MFM) stb.



8. ábra. Az atomerő-mikroszkóp (AFM) működési elve és üzemmódjainak elhelyezkedése a nyugalmi atomtávolsághoz viszonyítva.

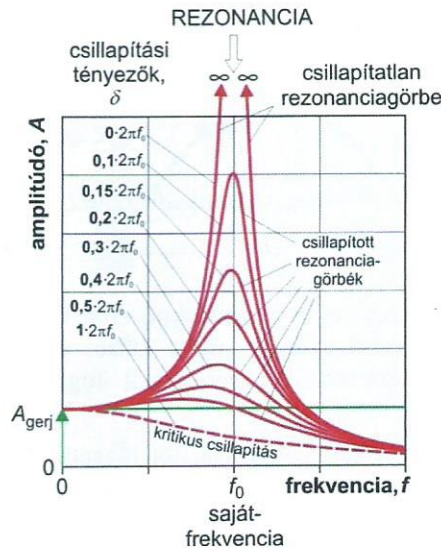
Az AFM legfontosabb része egy rugólapra erősített nanoméretű hegyes tű, amely érintkezésbe lép a minta felszíni atomjaival. A rugólapot és a tűt piezoelektromos pozicionálók segítségével mozgatják, soronként letapogatva a minta felszínét. A rugólapról visszavert lézersugár segítségével a felszín domborzatát követő mozgás detektálható (lásd 8. ábra). Az ún. „**contact**” üzemmódban a tű közvetlenül érintkezik a mintával, ami az esetleg nem eléggé kemény preparátum károsodását okozhatja.

Az AFM ún. „**tapping**” üzemmódjában a rugólapot a sajátfrekvenciájától (50–500 kHz) kissé elhangolva hozzák kényszerrezgésbe, (amplitúdója kb. 20 nm). A minta közelében (1–10 nm), de hozzá nem érve a rezgő rugólap tujére a minta felszínétől való távolságtól függő vonzóerő (pl. van der Waals-erő) hat. Ez az erő elhangolja a rezgőrendszer rezonancia-frekvenciáját (lásd 7. ábra), aminek következtében a minta és a tű távolságától függő amplitúdóváltozás jön létre. Tehát a lágy biológiai preparátum felszínét érintés- és egyben ronccsolásmentesen végigpásztázva annak felszíne leképezhető.

Mivel a tűre ható kicsiny felületi vonzóerő általában nemlineáris függvénye a távolságnak, **negatív visszacsatolást** alkalmaznak a torzítás kiküszöbölésére (lásd 17. ERŐSÍTŐ). A negatív visszacsatolás következtében a rezgés amplitúdója, ill. a tű és a minta közötti távolság is állandó értéken tartható. Lásd még:

<http://youtu.be/BrsoS5e39H8>  
<http://youtu.be/fivhcWYEtKQ>

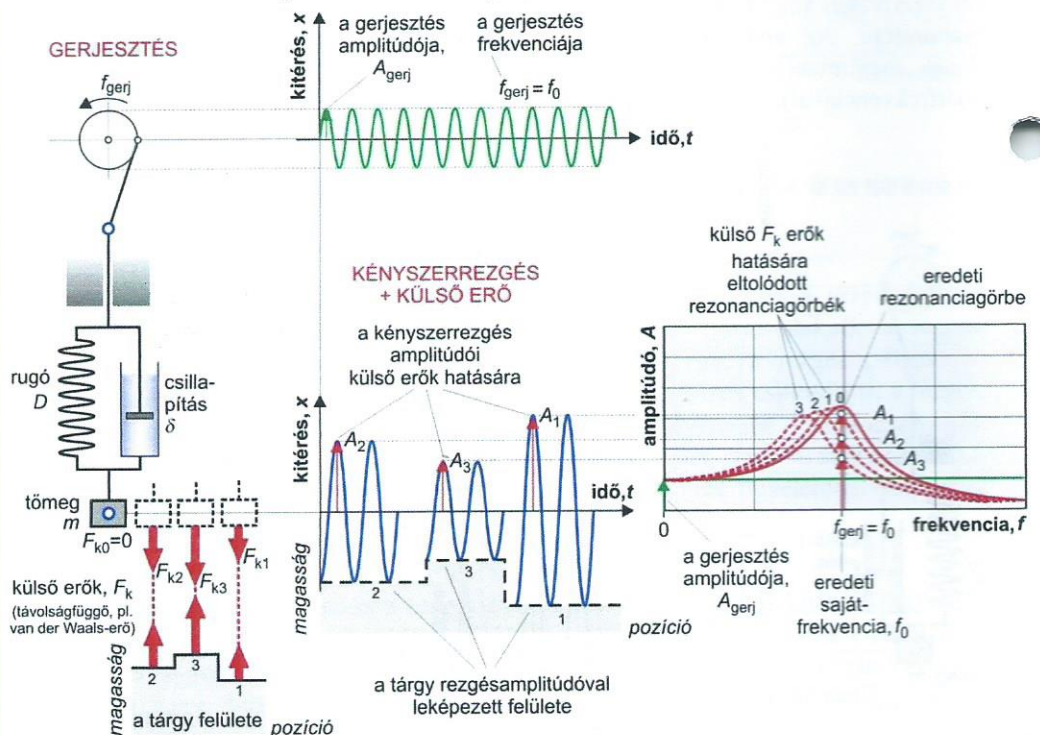
Az 6. ábrán többféle csillapítási tényező esetén ábrázoltuk a rezonanciagörbéket. Minél nagyobb a  $\delta$  csillapítási tényező, annál laposabb lesz a rezonanciagörbe. Figyeljük meg, hogy növekvő csillapítás esetén a csúcs magassága csökken és a rezonanciafrekvencia egy kissé eltolódik.  $\delta = 2\pi f_0$  esetén, a kritikus csillapításnál a rezonanciacsúcs el is tűnik. Csillapítatlan esetben  $\delta = 0$ , ami a gyakorlatban nem fordulhat elő, a rezonanciagörbe végtelen magasságú lenne.



6. ábra. Csillapított kényszerrezgések rezonanciái különböző csillapítások esetén.

### KÜLSŐ, TÁVOLSÁGFÜGGŐ ERŐ HATÁSA A CSILLAPÍTOTT KÉNYSZERREZGÉSRE

Ha a csillapított kényszerrezgő pontra (pl. az  $m$  tömegre) külső, nem statikus, hanem egy távolságtól függő  $F_k$  erő hat, akkor ez az erő úgy hat, mintha a rezgőrendszer rugóállandója megváltozna. Ez pedig a sajátfrekvencia megváltozását vonja maga után, ami a rezonanciagörbét az eredeti állapotához képest eltolja (lásd 7. ábra). Ez az eltolódás arányos lesz a távolságfüggő külső erővel ( $F_{k1}$ ,  $F_{k2}$ ,  $F_{k3}$ ). Ha a gerjesztő frekvenciát alkalmasan választjuk meg (pl.  $f_{gerj} = f_0$ ), a különböző mértékben eltolódott rezonanciagörbék (1, 2, 3) oldalán különböző amplitúdók alakulnak ki. Ezt a jelenséget alkalmazzák az atomerő-mikroszkópiában (lásd 7. megjegyzés).



7. ábra. Csillapított kényszerrezgés amplitúdóváltozása külső, távolságfüggő erő hatására (AFM modell).

## MÉRÉSI FELADATOK:

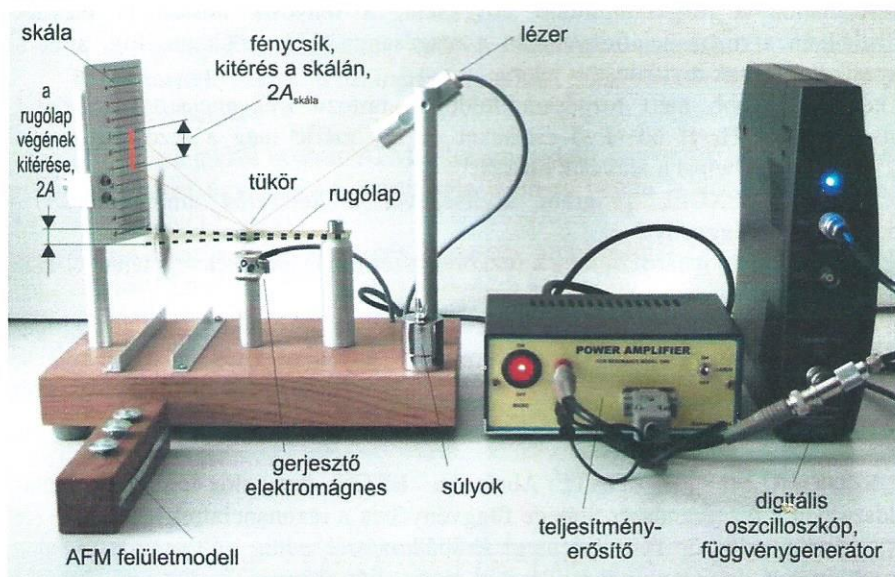
1. Rugóálló kimérése a rugalmassági (Hooke)-törvény alapján statikus rugólap-tömeg-mérések alapján.
2. Csillapított kényszerrezgés tanulmányozása mechanikai rezgőrendszeren. Rugólap-tömeg rezonanciafrekvenciájának meghatározása különböző tömegek esetén.
3. Atomerő-mikroszkóp mágneses modellje, próbatest (AFM felületmodell) domborzatának feltérképezése mágneses kölcsönhatás segítségével.

## A MÉRŐBERENDEZÉS LEÍRÁSA

A rezgőrendszer egy egyik végén befogott rugólapból áll, aminek másik végére különböző súlyokat erősíthetünk (lásd 9. ábra), amelyek a sajátfrekvencia értékét befolyásolják. A rezgőrendszer csillapítását főként a légellenállás okozza. A vörös színű lézer fénysugara a rugólap közepére erősített tükör segítségével az állítható magasságú skálára vetül, így a rezgés kétszeres amplitúdója a mm-skálán leolvasható. A rugalmassági-törvény kísérleti igazolásához a rugólapot nem rezgetjük, hanem a különböző súlyokkal statikusan terhelve mérhetjük a kitéréseket.

A rezgőrendszert nagy pontossággal beállítható frekvenciájú szinuszgenerátorral gerjesztjük (digitális oszcilloszkóp függvénygenerátora). A generátor felerősített jelét a gerjesztő elektromágnesbe vezetjük. Az így keletkezett váltakozó mágneses tér a rugólap aljára erősített állandó mágnessel kölcsönhatva megrezgeti a rezgőrendszert. A mechanikai kényszerrezgés frekvenciája azonos lesz a generátoron beállított értékkel, míg a rezgés amplitúdója a sajátfrekvenciától való eltéréstől függő (rezonanciafrekvencián maximális) értéket vesz fel.

Az atomerő-mikroszkóp modelljének vizsgálatához a makroszkopikus méretekben is működő mágneses kölcsönhatást használjuk. A rezgő lap végére egy állandó mágnes van erősítve, ami vonzó kölcsönhatásba kerül az alatta lévő elmozdítható AFM felületmodell lágyvasból készült csavarfejeivel.



9. ábra. A rezonancia-mérőberendezés összeállítása. A rugólap itt súlyok nélkül rezeg.

### I. A RUGALMASSÁGI (HOOKE)-TÖRVÉNY IGAZOLÁSA:

- a) Kapcsolja be a lézert! A lézer fénye veszélyes lehet, sem közvetlenül, sem a tükrörről visszaverődve ne érje a szemet (10. ábra)!
- b) Állítsa a skálát olyan magasságba, hogy a lézerfény tükröződő foltja a 0 vonalra essen!
- c) Helyezze a kisebbik súlyt ( $m = 40$  g) a rugólap végén található menetes csavarra (a szárnyas anyás rögzítés nem szükséges)!
- d) A rugólap lehajlik, olvassa le a lézerfolt új pozícióját a mm-skála segítségével!



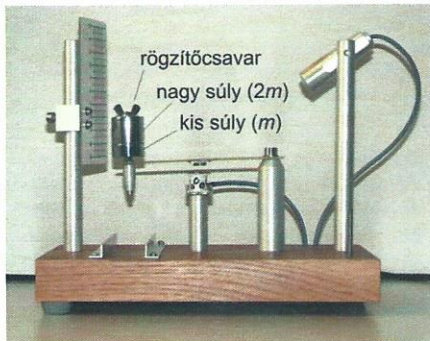
10. ábra. A lézer veszélyességére figyelmeztető jelzés.

- e) Ismétlje meg a c) és d) pontokat a nagyobb súllyal ( $2m = 80$  g), ill. a két súllyal egyszerre ( $m + 2m = 3m = 120$  g)!
- f) Ábrázolja az EXCEL program segítségével a erő ( $F_k$ ) – kitérés ( $x$ ) függvényt! Illesszen lineáris regressziós egyenest (trendvonal) a mérési pontokra! A kitérés számításakor vegye figyelembe, hogy a skálán látható fényfolt kitérése 2,6-szorosa a rugólap végén észlelhetőnek (kalibráció)!
- g) Határozza meg a rugólap rugóállandóját az egyenes meredeksége alapján ( $D = \Delta F_k / \Delta x$ )!

tömeg $m = 0,04$ kg	erő, $F_k$ (N)	kitérés a skálán $x_{skála}$ (mm)	a rugólap végének kitérése, $x$ (mm)
0m	0	0	0
1m			
2m			
3m			

## 2. REZONANCIAGÖRBE FELVÉTELE:

- a) Kapcsolja össze a generátor kimenetét koaxiális kábellel a Ch1 jelbemenettel, majd egy T-csatlakozó segítségével vezesse tovább a jelet az erősítő (POWER AMPLIFIER) bemenetére (INPUT, banánehüvelyek)! Az erősítő kimenetét kösse össze a rendelkezésre álló D-csatlakozós kábellel a rezonancia modellel! Kapcsolja be az erősítőt, ill. a lézert (LASER ON)!
- b) Indítsa el a digitális oszcilloszkóp programját (Welleman PcLab2000LT), amely függvénygenerátort is tartalmaz! Kattintson a szinuszgörbét ábrázoló nyomógombra! Állítsa az amplitúdószabályozó csúszkát maximumra (10 V)! Kattintson az 50 Hz-es gombra, majd a frekvencia-kijelző számmezőjére kattintva írjon be 28 Hz-et! Ekkor a most még súly nélküli rugólap rezegni kezd és a skálán gyorsan fel-le mozgó lézert folt csúskájának hossza (a relatív rezgésamplitúdó kétszerese,  $2A$ ) leolvasható. Ennél a mérésnél nem szükséges kalibrálni.
- c) Növeljük 1 Hz-enként a gerjesztő frekvenciát 32 Hz-ig (új szám beírásával vagy a frekvenciakijelző alatti csúszka fülétől jobbra kattintva) és az amplitúdó stabilizálódása után olvassuk le a fénycsík hosszát. Közeledvén a rezonancia-frekvenciához a rezgésamplitúdó növekszik, a fénycsík hossza is megnő. Túlhaladván a rezonanciafrekvencián a rezgésamplitúdó csökkenni fog, amit a fénycsík hosszának rövidülése is jelez.
- d) A két legnagyobb mért rezgésamplitúdóhoz tartozó frekvenciaértékek között állítson be 0,1 Hz-el növekvő értékeket és így mérje meg a rezonanciacsúcs közvetlen közelében is a fénycsík hosszát!
- e) Ábrázolja az EXCEL program segítségével a kétszeres amplitúdó ( $2A$ ) – frekvencia ( $f$ ) függvényt!
- f) A grafikon alapján határozza meg a rezgőrendszer rezonanciafrekvenciáját 0,1 Hz-es pontossággal!
- g) Helyezzen súlyt ( $1m$ ,  $2m$ , vagy  $m + 2m = 3m$ ) az  $m_{r,eff}$  effektív tömegű rugólap végén található menetes csavarra (a szárnyas anyás rögzítés most szükséges, lásd 11. ábra)! Ismétlje meg a c) – f) pontokat értelemszerűen alacsonyabb frekvencián kezdve a mérést!
- h) 1. SZORGALMI FELADAT: Ábrázolja EXCEL-ben, log-log koordináta-rendszerben a rezgőrendszer tömege függvényében a rezonanciafrekvenciákat! Az  $m_{r,eff}$  értékét először becsülje meg! Próbálkozással addig változtassa az  $m_{r,eff}$  becsült értékét, amíg a pontokra illesztett regressziós egyenes (hatvány trendvonal) kitevője  $-0,5$  nem lesz ( $f_0 \sim \sqrt{1/m}$ )! Ezzel meghatározta a rugólap effektív tömegét ( $m_{r,eff}$ ).
- i) 2. SZORGALMI FELADAT: Az 1. pontban megmért rugóállandó, a tömegek adataiból az 1. megjegyzés (6) képletének alkalmazásával számítsa ki az adott súlyokkal várható rezonancia-frekvenciákat és vesse össze a fentebb megmértékekkel!



11. ábra. Rezonanciamérés súlyokkal.

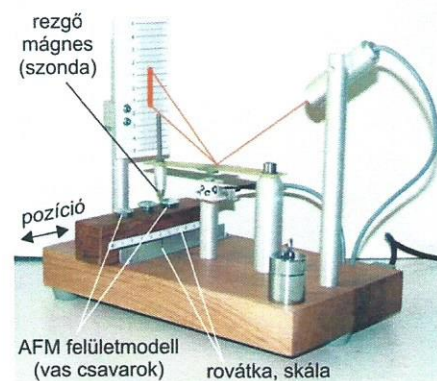


súly nélkül ( $m_{r\text{ eff}}$ )		kis súllyal ( $m_{r\text{ eff}} + m$ )		nagy súllyal ( $m_{r\text{ eff}} + 2m$ )		mindkét súllyal ( $m_{r\text{ eff}} + 3m$ )	
frekvencia, $f$ (Hz)	kétszeres amplitúdó, $2A$ (mm)	frekvencia, $f$ (Hz)	kétszeres amplitúdó, $2A$ (mm)	frekvencia, $f$ (Hz)	kétszeres amplitúdó, $2A$ (mm)	frekvencia, $f$ (Hz)	kétszeres amplitúdó, $2A$ (mm)

### 3. PRÓBATEST DOMBORZATÁNAK FELTÉRKÉPEZÉSE

Az atomerő-mikroszkópot makroszkopikusan is működő mágneses kölcsönhatással modellezzük.

- a) A rugólapot magában, súlyok nélkül használjuk! Állítsuk a generátorfrekvenciát a 2. mérési pontban súly nélkül kimért rezonanciafrekvenciára ( $f_{\text{gerj}} = f_0$ )!
- b) A csavarfejekkel ellátott AFM felületmodellt helyezük az alaplapra épített sínek közé úgy, hogy a méretskála 0 cm-es pontja a sínen lévő rovátkához igazodjon (12. ábra)!
- c) Mérje meg a kényszerrezgés kétszeres amplitúdóját ( $2A$ ), azaz a fénycsík hosszát! Ennél a mérésnél sem szükséges kalibrálni.
- d) Az AFM felületmodellt 5 mm-enként eltolva, ismétlje meg a mérést, amíg át nem halad a 3. csavarfej felett!
- e) Ábrázolja az kétszeres amplitúdó – pozíció függvény mínusz egyszeresét (ui. így kapunk a felülethez hasonló grafikont)!



12. ábra. Pásztázó atomerő-mikroszkóp mágneses modellje.

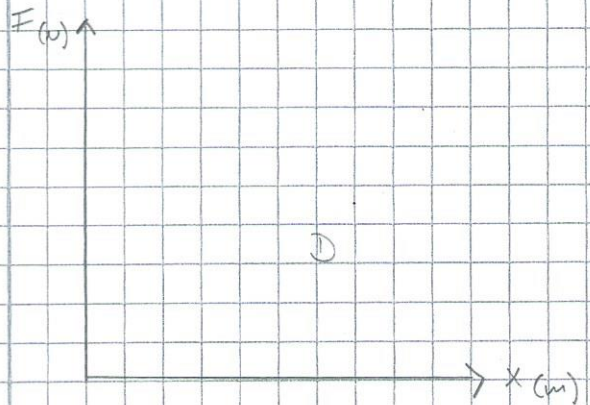
pozíció (mm)	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75
kétszeres amplitúdó, $2A$ (mm)																

I Skála kitérés

II mérőeszközök kitérés / 2,6

Magyarország  
Gödölland  
Város

- 0,4	- 0,1538	40 g
- 0,8	- 0,3077	80 g
- 1,1	- 0,4231	120 g



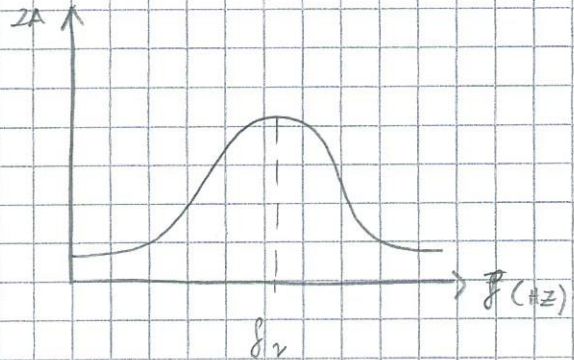
$$F = m \cdot a$$

↓  
g → kg

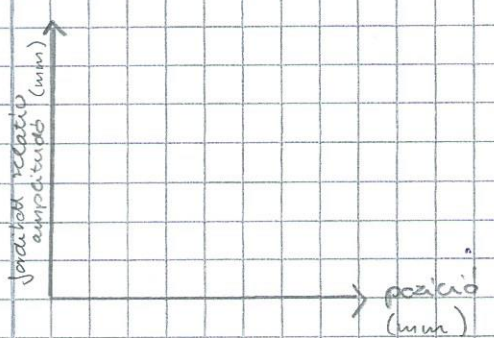
II

Kezdarulási  
folyamat  
mérés  
Hőmérő

Súly nélkül	~ 30		29 Hz	29,5 Hz	<u>30 Hz</u>	30,1	30,2			
			0,3	0,7	0,8	0,6	0,5			
40 g	~ 13	12,3	<u>13,1</u> 12 Hz	12,5	13 Hz	13,5	14 Hz	13,6	13,2	
		0,4	2,5	0,1	0,2	0,5	0,3	0,1	0,2	1,4
80 g	~ 10	9,7	9 Hz	9,5 Hz	<u>10 Hz</u>	10,5	11 Hz	10,1	9,9	<u>9,8</u>
		0,8	0,2	0,4	0,6	0,3	0,1	0,3	0,7	1,7
120 g	~ 8		7 Hz	7,5 Hz	<u>8 Hz</u>	8,1	9 Hz	8,2		
			0,2	0,3	1,7	0,7	0,3	0,5		



III



-1 (2A)

Súly nélkül:

65 mm	→ 0,5
70 mm	→ 0,5
75 mm	→ 0,7
80 mm	→ 0,8

0 mm	→ 0,8
5 mm	→ 0,6
10 mm	→ 0,5
15 mm	→ 0,5
20 mm	→ 0,6
25 mm	→ 0,7
30 mm	→ 0,7
35 mm	→ 0,6
40 mm	→ 0,6
45 mm	→ 0,6
50 mm	→ 0,7
55 mm	→ 0,7
60 mm	→ 0,5

Waggers

Cím: Rezonancia mérések

Készítette: Torda Alexandra, 2013. november 6-án

- MÉRÉS CÉLJA:
- 1.) A rugóalap rugóállandójának meghatározása.
  - 2.) Rezonancia frekvencia meghatározása.
  - 3.) Probatest domborzatának feltérképezése.

MÉRÉSEK MENETE:

### I. A rugóalap rugóállandójának meghatározása

- 1.) Lézer bekapcsolása és a skála olyan magasságba állítása, hogy a lézerfény tükröződő felteje a 0. vonalra essen.
- 2.) Először 40 g, majd 80 g és 120 g-os nehezéket rakunk a rugóalapra. A rugóalap kelaylik és a mm-skála segítségére beolvassuk a lézerfelte új pozícióját.

### II. Rezonancia frekvencia meghatározása

- 1.) Az erősítő és a lézer bekapcsolása. Digitális oszcilloszkóp programjának elindítása. (szinusz görbe, 10V, 28Hz = beállítani)
  - 2.) Süly nélkül 28 - 32 Hz-ig tízedes jeggyel értékekkel növelve a Hz-et méréseket végzünk  $\Rightarrow$  cél a rezonancia frekvencia megtalálása.
  - 3.) 40 g sülyt helyezünk a rugóalapra és 12 - 14 Hz között végzünk méréseket a rezonancia frekvencia megtalálása céljából.
  - 4.) 80 g sülyt helyezünk a rugóalapra és 9 - 11 Hz között végzünk méréseket.
  - 5.) 120 g sülyt helyezünk a rugóalapra és 7 - 9 Hz között végzünk méréseket.
- \* A mérések során a lézerfelte esetlő távolságba tér ki ezt az értéket beolvassuk (2A) és a legnagyobb kitérések jelentik a rezonancia frekvenciát.

### III. Probatest domborzatának feltérképezése

- 1.) A rugóalapra nem teszünk sülyt. A generátor frekvenciát 30 Hz-re állítjuk.
- 2.) Az AFM felületmodell az alaplapra helyezünk. A lézer pontját a nullához igazítjuk a mérészkálon.
- 3.) Az AFM felületmodell 5 mm-enként átrébb távra végzünk méréseket, amikor is a lézerfelte 2A-jú kitérését olvassuk le. (A 3. soronfej felte elhaladva nem folytatjuk a mérést)

# MÉRÉSEK ÉRDEMEI:

I.

m	X skála	X
Súly	Skála - kitérés	U rugóápróvegnél kitérés (2,6)
40g	(-) 0,4	(-) 0,1538
80g	(-) 0,8	(-) 0,3077
120g	(-) 1,1	(-) 0,4231

$$40 \text{ g} = 0,04 \text{ kg}$$

$$80 \text{ g} = 0,08 \text{ kg}$$

$$120 \text{ g} = 0,12 \text{ kg}$$

II.

	29Hz	29,5Hz	30Hz	30,1Hz	30,2Hz					
Súlymérték	0,3	0,7	0,8	0,6	0,5					
	12Hz	12,5Hz	12,9Hz	13Hz	13,1Hz	13,2Hz	13,5Hz	13,6Hz	14Hz	
40g	0,1	0,2	0,4	0,5	2,5	1,4	0,3	0,2	0,1	
	9Hz	9,5Hz	9,7Hz	9,8Hz	9,9Hz	10Hz	10,1Hz	10,5Hz	11Hz	
80g	0,2	0,4	0,8	1,7	0,7	0,6	0,3	0,3	0,1	
	7Hz	7,5Hz	8Hz	8,1Hz	8,2Hz	9Hz				
120g	0,2	0,3	1,7	0,7	0,5	0,3				

III.

0mm	0,8	30mm	0,7	60mm	0,5
5mm	0,6	35mm	0,6	65mm	0,5
10mm	0,5	40mm	0,6	70mm	0,5
15mm	0,5	45mm	0,6	75mm	0,7
20mm	0,6	50mm	0,7	80mm	0,8
25mm	0,7	55mm	0,7		

## I Számolás

$$1, F = m \cdot a$$

$$m_1 = 0,04 \text{ kg} \quad x_1 = 1,538 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$m_2 = 0,08 \text{ kg} \quad x_2 = 3,077 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$m_3 = 0,12 \text{ kg} \quad x_3 = 4,231 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$D = -\frac{F}{x}$$

$$a = 9,80665 \text{ m/s}^2$$

$$D_1 = \frac{0,04 \cdot 9,80665}{1,538 \cdot 10^{-3}} = -2600,18$$

$$F_1 = 0,4 \text{ N}$$

$$D_2 = \frac{0,08 \cdot 9,80665}{3,077 \cdot 10^{-3}} = -2539,94$$

$$F_2 = 0,8 \text{ N}$$

$$D_3 = \frac{0,12 \cdot 9,80665}{4,231 \cdot 10^{-3}} = -2836,21$$

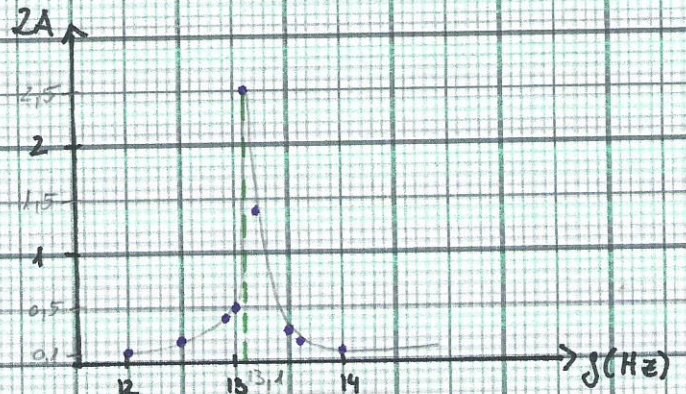
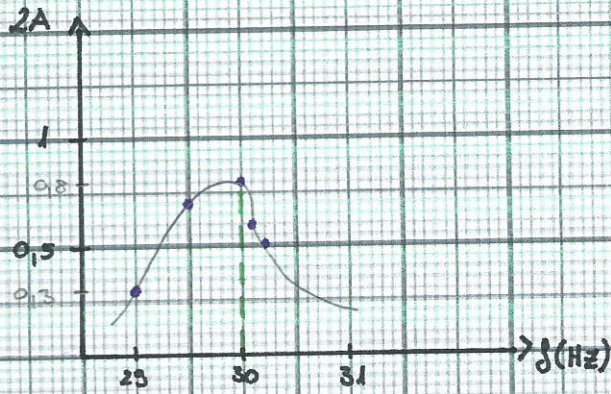
$$F_3 = 1,2 \text{ N}$$

→  
A 2 egyenes  
méréslésége  
a D.

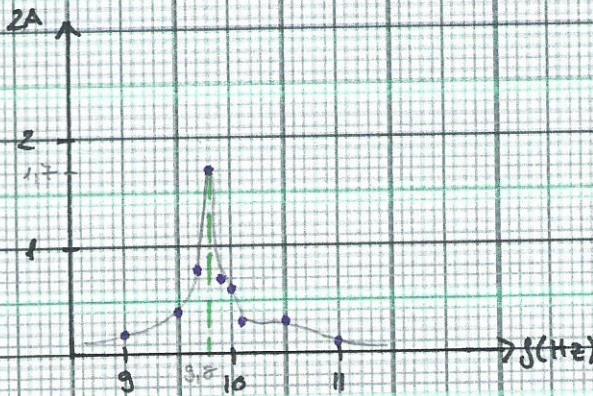
A 3. ábráról  
olvasható le!

II.

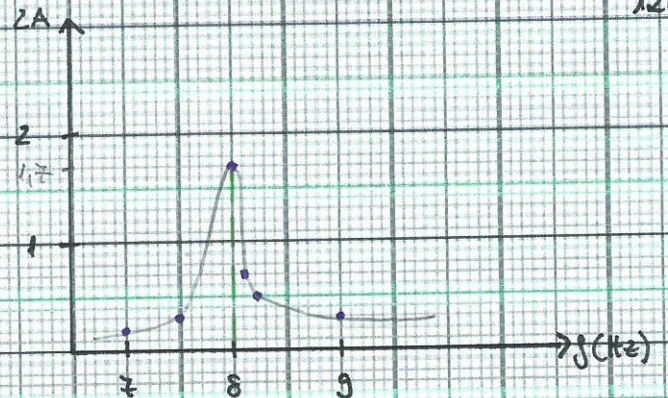
Súly nékvül



80g

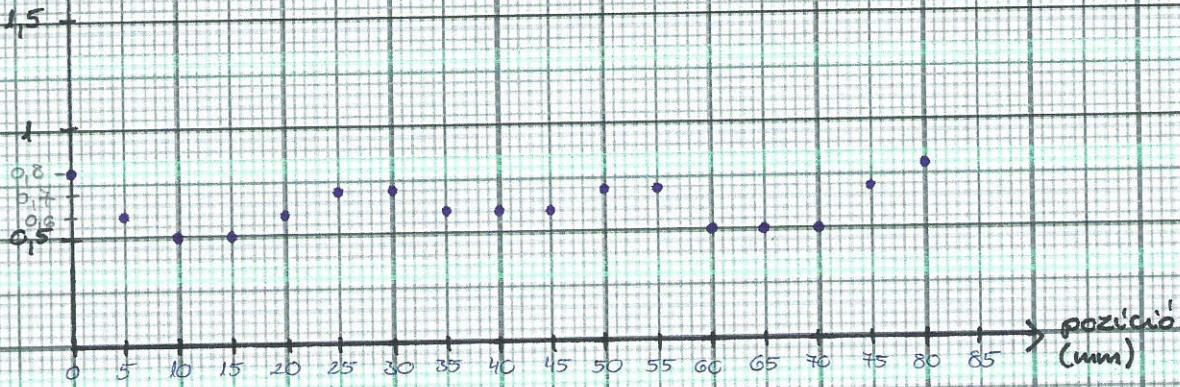


120g

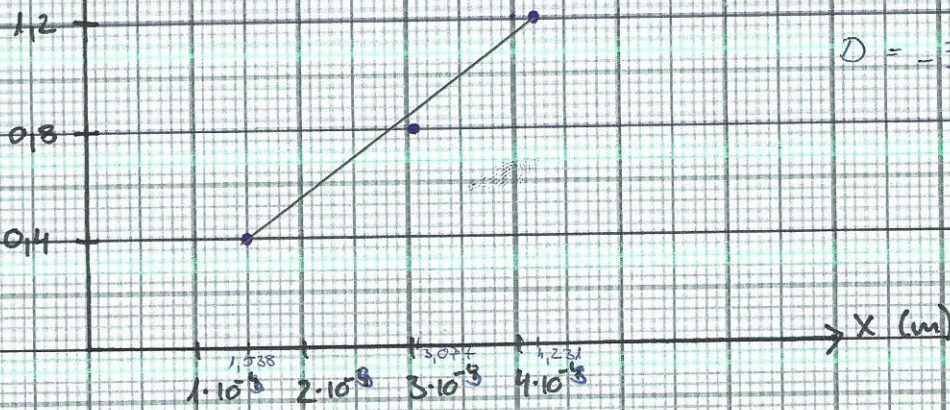


III.

Járásiért  
relatív  
2A  
(mm)



F(N)



$$F = 1.2 - 0.4 = 0.8$$

$$X = (4.231 \cdot 10^{-3}) - (1.538 \cdot 10^{-3}) = 2.693 \cdot 10^{-3}$$

$$D = \frac{F}{X} = \frac{0.8}{2.693 \cdot 10^{-4}} = 2970.66 \frac{N}{m}$$