

A1 gyakorlat, 2005-2006/1., 11. gyakorlat

2005.11.22/24. Integrálás

1. Hőlégballonunk ereszkedik $3m/sec$ sebességgel, ezért $200m$ -es magasságban kidobunk egy homokzsákot (kiejtjük). Hány másodperc múlva éri el a homokzsák a talajt? (A légellenállást elhanyagoljuk.)
2. Autót vezetünk $50km/h$ sebességgel, amikor hirtelen előttünk $40m$ -re akadály bukkan fel. Milyen erős lassítás (= konstans negatív gyorsulás) mellett tudunk az akadályig megállni?

3. Parciális integrálás

a) $\int x \cos(2x) dx$ b) $\int a \cos x dx$ c) $\int \ln^2 x dx$ d) $\int e^{-x} \sin 2x dx$
e) $\int \sin x \cdot \operatorname{sh} x dx$ f) $\int (r^2 + r + 1)e^r dr$ g) $\int 2x \arcsin(x^2) dx$ h) $\int \theta^2 \sin(2\theta) d\theta$

4. Helyettesítéses integrálás (ellenőrizendő a helyettesítő függvény szigorú monotonitása)

a) $\int \frac{dx}{(1+x)\sqrt{x}}$, $x = t^2$ b) $\int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^2}} dx$, $x = \cos t$ c) $\int \frac{\sin \frac{1}{x}}{x^2} dx$, $x = \frac{1}{t}$
d) $\int \frac{x}{\sqrt{x^2-1}} dx$, $x = \operatorname{ch} t$ e) $\int \sqrt{x} \sin^2(x^{\frac{3}{2}} - 1) dx$, $u = x^{\frac{3}{2}} - 1$ f) $\int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$, $t = e^x$

5. Alapintegrálokra vezető egyéb feladatok

a) $\int \frac{x^4}{x^2+1} dx$ b) $\int \operatorname{cth} x dx$ c) $\int \operatorname{th}^2 x dx$
d) $\int \frac{dx}{1+3x+5x^2}$ e) $\int \operatorname{tg}^2 x dx$

6. Oldjuk meg!

(a) $f'(x) = \frac{1}{1-x}$, $f(-1) = 0$

(b) $f'(x) = 3 \cos^2(\frac{\pi}{4} - x)$, $f(0) = \frac{\pi}{8}$

(c) $f''(x) = -4 \sin(2x - \frac{\pi}{2})$, $f(0) = 0$, $f'(0) = 100$

(d) $f''(x) = 4 \frac{\operatorname{tg} 2x}{\cos^2 x}$, $f(0) = -1$, $f'(0) = 4$