

Név:

Neptun kód:

| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|
| | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|

| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | Σ | IMSC |
|----|----|----|----|----|----|----------|------|
| | | | | | | | |

INTEGRÁLÁSI FELADATOK. (Ebből a részből külön is el kell érni 40%-ot!)

1. feladat (25 pont) Számoljuk ki az alább fölírt két határozatlan integrált!

$$i) \int \frac{1}{3 - e^x} dx, \quad ii) \int \frac{(x + 3)^2}{x^2 + 3^2} dx.$$

Segítség: i) -nél helyettesítsünk $u = e^x$ -el!

2. feladat (10 pont) Legyen $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ egy folytonos függvény. Adjuk meg az

$$\int_4^\infty f(x) dx$$

improprius integrál pontos értelmét, majd számítsuk is ki ennek értékét az $f(x) = \frac{d}{dx} \left(x \sin\left(\frac{2\pi}{x}\right) \right)$ esetben!

3. feladat (15 pont) Számoljuk ki az

$$\arctan(x) \leq y \leq -\frac{\pi}{4}, \quad x \geq -\sqrt{3}$$

egyenlőtlenségek által meghatározott tartomány területét!

4. feladat (12 pont) Mondjuk ki, majd bizonyítsuk be a sorozatok határértékének egyértelműségéről tanult állítást!

5. feladat (28 pont) Vizsgáljuk meg az

$$f(x) = -x \ln^2(x)$$

képlettel megadott f (valós) függvényt (ért. tartomány, határértékek a tartomány „széleinél”, monotonitás és lokális szélsőértékek, konvexitás és inflexiós pontok), majd eredményeinket szemléltessük vázlatos függvény-rajzzal!

6. feladat (10 pont) Legyen $n \in \mathbb{N}^+$ egy tetszőleges pozitív egész. A tanult tételekre való hivatkozással adjunk precíz bizonyítást arra, hogy az

$$\arctan(x + 2) = 2 \cos(\pi x)$$

egyenlenek van megoldása az $(2n - \frac{1}{2}, 2n)$ intervallumban!

IMSC feladat (16 IMSC pont) Egy jó magas, függőleges várfalon, a földtől vett 8 méter magasságban 1 méter széles palló fut körbe. Úgy akarunk a földről egyenes létrát támasztani a várfalnak, hogy az a palló széléhez és a várfalnak a palló fölé eső részéhez is támaszkodjon. Legalább milyen hosszú létra fog ehhez kelleni?