Alapozó segédlet

BME Villamos Energetika Tanszék

Villamos Művek és Környezet Csoport

Dr. Raisz Dávid, Dr. Ladányi József

v.2012.02.15

Tartalom

1 Előszó

Ezt a segédletet elsősorban a BME villamosmérnök szakos hallgatóinak készítettük. Tanszékcsoportunk munkaközösségének tapasztalata az, hogy a Villamos energetika c. tárgyat felvevő hallgatók jelentős része alapvető hiányosságokkal küzd a matematika, fizika és a villamosmérnöki alapismeretek területén, ezért ebben a segédletben kísérletet teszünk arra, hogy összefoglaljuk a tárgy anyagának megértéséhez és sikeres alkalmazásához szükséges alapismereteket. Megítélésünk szerint az itt leírtak egy villamosmérnök alapvető készségeihez kell, hogy tartozzanak. Szükségesnek látjuk azonban hangsúlyozni az alábbiakat:

E segédlet célja nem lehet az (és e segédlet nem alkalmas arra), hogy helyettesítse az alapozó tárgyakat. Az itt leírt összefüggések megtanulása önmagában nem elegendő, ezeket meg kell érteni, mégpedig az illető alapozó tárgyak segédleteit felhasználva.

Nem törekedtünk a teljességre, sem pedig a minden szempontból következetes és didaktikus felépítésre. A tapasztalataink szerinti tipikus, gyakori – nem pedig az összes lehetséges – hiányosságra mutatunk rá. Segítséget kívánunk nyújtani, bár meggyőződésünk, hogy az itt leírtakat egy villamosmérnök szakos hallgatónak már tudnia kellene, mire felveszi a Villamos energetika c. tárgyat.

Fentiek miatt e segédlet nem lehet hivatkozási alap olyan hallgatói panaszok esetén, amikor a hallgató úgy véli: olyasmit kértek tőle számon, amire előre nem figyelmeztették. A Villamos energetika c. tárgy kapcsán minden olyan ismeret elvárható, amely a tárgy előkövetelményei között szerepel, függetlenül attól, hogy azt külön (pl. ebben a segédletben) megemlítjük-e, vagy sem.

Még egy gondolatot szeretnénk említeni a számonkérésekről. Meggyőződésünk, hogy aki számolás során nagyságrende(ke)t téved, középiskolában tanult fogalmakat összekever, vagy alapvető összefüggéseket vagy mértékegységeket hibásan ír fel, annak nemcsak az adott feladatára, de az egész dolgozatára elégtelen járna. (Ehhez képest nem egyszer előfordul, hogy a hallgató részpontszámokat reklamál.)

Mindannyiunk érdeke, hogy ilyenek ne forduljanak elő, ezért kérjük, alaposan tanulmányozzák ezt a segédletet.

Az elvárt elméleti alapokat végül kiegészítettük egy, a Villamos energetika tárgy anyagához kapcsolódó fejezettel, amelyben egyrészt bizonyos mennyiségek szokásos nagyságrendjét mutatjuk be, másrészt a számonkérések során (vagy a hallgatók által fenntartott információs oldalakon található jegyzetekben, segédanyagokban) leggyakrabban észlelt tárgyi hibákra igyekszünk rávilágítani.

2 Fizikai alapok

2.1 Alapmennyiségek, mértékegységek, prefixumok

- **SI alapegységek**

A mennyiség neve	jele	mértékegysége
hossz	l	m
tömeg	m	kg
idő	t	s
villamos áramerősség	I	A
hőmérséklet	T	K (0°C = 273.15 K)
fényerősség	I	cd
anyagmennyiség	N	mol

- **Villamos vonatkozású mennyiségek**

A mennyiség neve	jele	mértékegysége	mértékegység alapegységekkel
frekvencia	f	Hz	1/s
szögsebesség	ω	rad/s	1/s
energia	E	J, kWh	m^2kg/s^2
teljesítmény	P, Q, S	W, var, VA	m^2kg/s^3
töltésmennyiség	Q	C	As
feszültség	U	V	$m^2kg/s^3/A$
villamos térerősség	E	V/m	$mkg/s^3/A$
ellenállás	R	Ω	$m^2kg/s^3/A^2$
kapacitás	C	F	s^4A^2/ m^2kg
mágneses fluxus	ψ	Vs	$m^2kg/s^2/A$
induktivitás	L	H	$m^2kg/s^2/A^2$
mágneses indukció	B	T	$kg/s^2/A$
mágneses térerősség	H	A/m	A/m
mágneses gerjesztés	Θ	A	A

- **Prefixumok**

Jelölés	megnevezés	többszörös/törtrész
E	exa	10^{18}
P	peta	10^{15}
T	**tera**	$\mathbf{10^{12}}$
G	**giga**	$\mathbf{10^{9}}$
M	**mega**	$\mathbf{10^{6}}$
k	**kilo**	$\mathbf{10^{3}}$

Jelölés	megnevezés	többszörös/törtrész
h	hekto	10^2
da	deka	10^1
d	deci	10^{-1}
c	centi	10^{-2}
m	**milli**	$\mathbf{10^{-3}}$
µ	**mikro**	$\mathbf{10^{-6}}$
n	**nano**	$\mathbf{10^{-9}}$
p	**piko**	$\mathbf{10^{-12}}$
f	femto	10^{-15}
a	atto	10^{-18}

2.2 Anyagjellemzők, állandók

Mennyiség	értéke
Al fajlagos ellenállás	27 nΩ m = 0,027 Ω mm^2/m
Cu fajlagos ellenállás	17 nΩ m = 0,017 Ω mm^2/m
(Száraz) levegő átütési szilárdsága	21 $kV_{effekív}$/cm
Motorbenzin sűrűsége	0,73kg/l

1 kJ = 1 kWs = 1/3600 kWh, vagyis 1 kWh = 3600 kJ = 3,6MJ, és 1 MJ = 10^3 (kWs)/3600 (s/h) = 0.278 kWh

Egyes tüzelőanyagok égéshője:

Energiahordozó	kJ/kg	kWh/kg
koksz	28500	7,917
kőszén	17200 - 30700	4,778 - 8,528
barnaszénbrikett	20000	5,556
fekete lignit	10500 - 21000	2,917 - 5,833
lignit	7000-14000	2,22-3,89
barnaszén	5600 - 10500	1,556 - 2,917
olajpala	8000 - 9 000	2,222 - 2,500
tőzeg	7800 -13800	2,167 - 3,833
pakura (nehézolaj), paraffin	40000	11,111
könnyű fűtőolaj	42300	11,750
motorbenzin (benzin)	44000	12,222
LPG (propán-bután gáz)	46000	12,778
földgáz (93,0 % metán)	47200	13,10
LNG (cseppfolyósított földgáz)	45190	12,553
fa (25%-os nedvességtartalmú)	13800	3,833
pellet-/fabrikett	16800	4,667
hulladék	7400 - 10700	2,056 - 2,972

(Kazántól függően esetleg a fűtőértékkel kell számolni, amelyet azonban itt nem adunk meg.)

Az urán 235-ös izotópjának energiatartalma 300 TJ/kg.

1 kilogramm fosszilis tüzelő-, ill. üzemanyag elégetésekor kb. 2,5 kg széndioxidot is „előállítunk”.

2.3 Villamos alapmennyiségek

- Az áram „áramlik”; ahhoz, hogy megmérjük, az áramlás útjába kell raknunk egy mérőműszert, lehetőleg olyat, amelyik az „áramlást” nem befolyásolja (vagyis ≈ 0 a belső ellenállása: rövidzár).

  (Váltakozó áram mérésére használhatunk ún. „lakatfogót” is, amely az áram által a vezető körül gerjesztett mágneses tér által indukált feszültséget méri.)

- Feszültségméréskor is arra kell törekedni, hogy ne befolyásoljuk a vizsgált jelenséget, ezért a feszültségmérő ellenállása nagyon nagy, legtöbbször végtelennek tekinthető. Ha pl. egy nem ideális – tehát belső ellenállással rendelkező – feszültségforrás üresjárási feszültségét akarnánk megmérni, és a műszerünk belső ellenállása nem lenne kb. végtelen, akkor a feszültségforrásból kifolyó áram nem lenne elhanyagolható, a belső ellenálláson számottevő feszültség esne, és a műszerünkre már nem az üresjárási, hanem annál kisebb feszültség jutna, vagyis hibás értéket mérnénk.

- Ha egy multiméterrel feszültséget kívánunk mérni, de figyelmetlenségből a választókapcsoló árammérő állasban van, akkor a műszer bekötésekor rövidrezárjuk az áramkör két pontját, és így esetleg nagyon nagy áramok folyhatnak a műszer közel nulla ellenállásán keresztül.

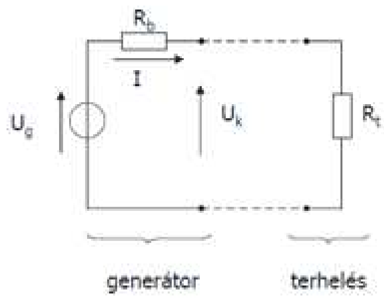
- Az energia olyasvalami, ami az idő folyamán akkumulálódik; a teljesítmény nem.

  Képzeljünk el egy feszültségforrást, amelyre egy fogyasztásmérőn keresztül rákötünk egy fűtőellenállást. A fogyasztásmérő a mérés kezdetétől elfogyasztott energiát mutatja: minél később nézünk rá, annál nagyobb értéket látunk. Ellenben az ellenálláson hővé alakított teljesítmény állandó, csak az ellenálláson eső feszültségtől és a rajta átfolyó áramtól függ, és független attól, hogy a mérés kezdete után mikor vizsgáljuk. (Ha pl. a fűtőellenállás által leadott hőteljesítmény 2 kW – időben állandó –, akkor egy óra alatt 2 kWh, 3 óra alatt 6 kWh energiát ad le a környezetének.)

- Ideális feszültséggenerátor és ideális áramgenerátor nem létezik, ezeket modellezéshez használjuk. Mikor használjuk az egyiket, mikor a másikat? Az attól függ, hogy a vizsgált jelenség során a generátor feszültsége vagy árama tekinthető-e nagyjából állandónak. Egy erőművi szinkrongenerátort feszültséggenerátorral modellezünk, mert
  - a forgómozgás hatására az állórész tekercseiben feszültség indukálódik, akkor is, ha nem kapcsolunk rá terhelést, vagyis ha nem folyik benne áram
  - feszültségszabályozóval van ellátva

  A feszültséggenerátorok kapcsain mérhető U_k kapocsfeszültség mindig kisebb, mint a generátor U_o forrásfeszültsége, ha a terhelőáram $I>0$. A feszültséggenerátorokban fellépő veszteségeket R_b belső ellenállással vesszük figyelembe. Így a valóságos feszültséggenerátorok két részre bonthatók:

- U_0 forrásfeszültségű ideális generátorra és
- a működésből adódó belső veszteségeket reprezentáló R_b belső ellenállásra.



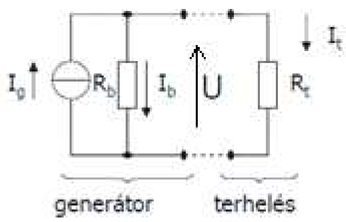
$$U_K = U_g - IR_b = U_g - \frac{U_g}{R_b + R_t} R_b$$

Ha $R_b \ll R_t$, akkor U_K gyakorlatilag nem függ R_t-től.

A valóságos áramgenerátorokat is két részre bonthatjuk:

- egy ideális áramgenerátorra és
- egy vele párhuzamosan kapcsolt R_b belső ellenállásra.

Ha R_b>>R_t , akkor R_t változása nem befolyásolja lényegesen I értékét, a generátor áramgenerátorként viselkedik.



$$I_g - I_t - I_b = 0$$

$$I_g = I_t + I_b$$

$$\boxed{I_g = I_t + \frac{U}{R_b}}$$

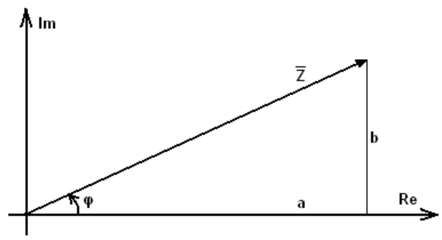
$$I_t = I = I_g - \frac{U}{R_b}$$

Egy áramszabályozóval ellátott invertert pedig áramgenerátorként modelleznénk, mert a szabályozó igyekszik az áramot állandó értéken tartani (amíg ez lehetséges).

3 Matematikai és elektrotechnikai alapok

3.1 Komplex számok

komplex egységgyök: j (néha i), $j^2 = -1$



algebrai alak: $\bar{Z} = a + jb$

exponenciális alak: $\bar{Z} = Z_m e^{j\varphi}$

trigonometrikus alak: $\bar{Z} = Z_m(\cos\varphi + j\sin\varphi)$

összefüggések: a = Re{$\bar{Z}$}, b = Im{$\bar{Z}$}, $Z_m = \sqrt{a^2+b^2}$, $a = Z_m\cos\varphi$, $b = Z_m\sin\varphi$, $j = 1e^{j90°}$

Műveletek:

	$\bar{Z}_1 = a_1 + jb_1 = Z_{1m}e^{j\varphi 1}$ $\bar{Z}_2 = a_2 + jb_2 = Z_{2m}e^{j\varphi 2}$	$\bar{Z}_1 = 4 + j3 = 5e^{j36.9°}$ $\bar{Z}_2 = 3 - j4 = 5e^{-j53.1°}$
összeadás	$\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 = (a_1 + a_2) + j(b_1 + b_2)$	$= 7 - j$
kivonás	$\bar{Z}_1 - \bar{Z}_2 = (a_1 - a_2) + j(b_1 - b_2)$	$= 1 + 7j$
szorzás	$\bar{Z}_1 * \bar{Z}_2 = Z_{1m} * Z_{2m}e^{j(\varphi 1+\varphi 2)}$	$= 25e^{j-16.2°}$
osztás	$\bar{Z}_1 / \bar{Z}_2 = Z_{1m}/Z_{2m} * e^{j(\varphi 1-\varphi 2)}$	$= j$
négyzetre emelés	$\bar{Z}_1^2 = Z_{1m}^2 e^{j2\varphi 1}$	$= 25e^{j73.8°}$
gyökvonás	$\sqrt{\bar{Z}_1} = \sqrt{Z_{1m}}e^{j\varphi 1/2}$	$= \sqrt{5}e^{j18.45°}$
logaritmus	$ln(\bar{Z}_1) = ln(Z_{1m}) + j\varphi_1$ *(radiánban!!)*	$= 1.6094 + j\,0.6435$

megjegyzés: $\varphi^{rad} = \varphi° * \pi/180$, $\varphi° = \varphi^{rad} * 180/\pi$. $1/j = -j$.

3.2 Szinuszos mennyiségek

Szinuszos vagy szinusz jellegű függvényeknek a *sin* és a *cos* függvényeket fogjuk nevezni.

$u(t) = U_m * \cos(\omega t + \varphi_u)$: U_m *a maximális érték (amplitúdó, csúcsérték)*

ω *a körfrekvencia,* $\omega = 2\pi f$, *általában* $2\pi\, 50$ *(ha* $f = 50$ *Hz)*

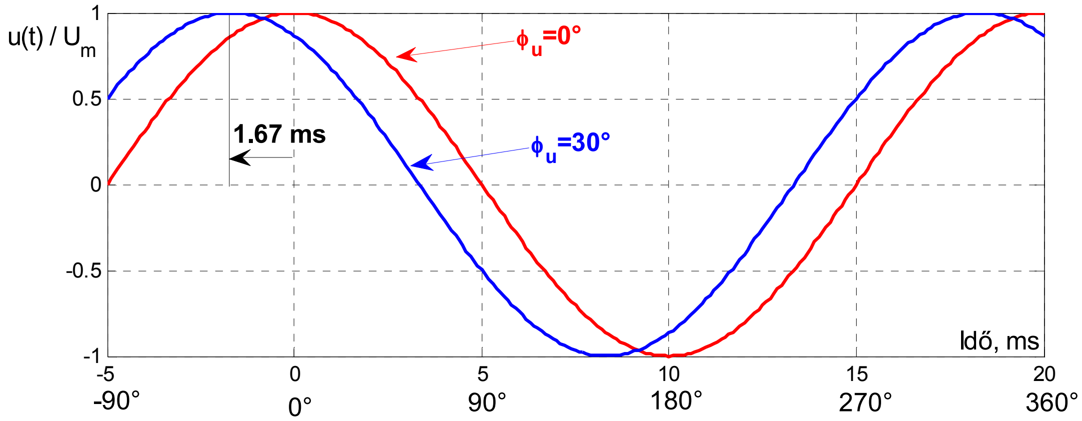
T a szinuszos függvény periódusideje, $T = 1/f$, 50 Hz-es jel esetén $T = 20$ *ms.*

Ha $\varphi_u = 0$, akkor az $u(t)$ függvénynek $t = 0$ –nál van maximuma. (*+nT időpontokban…*)

Ha $\varphi_u > 0$, pl. $\varphi_u = +30°$ *(vagy* $30 * \pi/180 = 0.5236$ *rad), akkor az* $u(t)$ függvénynek akkor lesz a maximuma, amikor $\omega t + \varphi_u = 0$, vagyis $t < 0$ –nál.

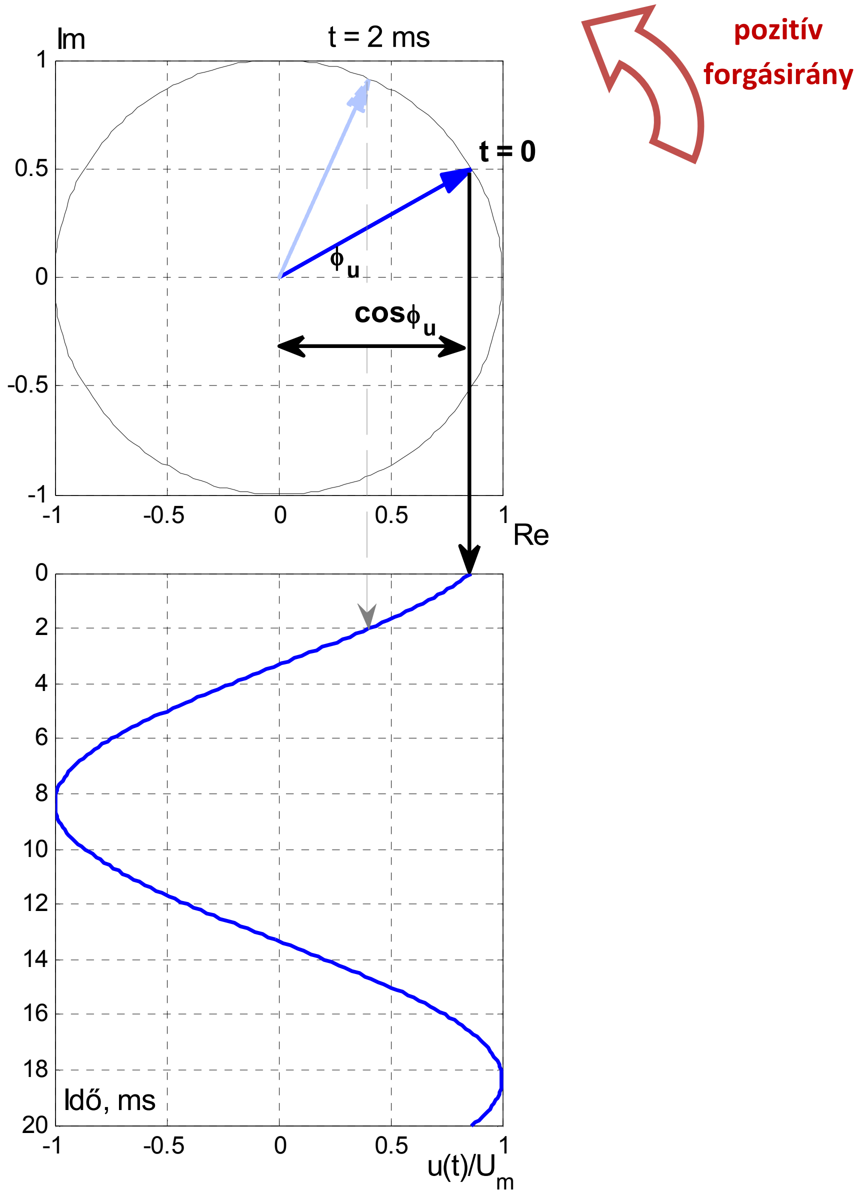
$$t = -\varphi_u/\omega = -30° * \pi/180° / (2\pi 50\ (1/s)) = -30/360 * 20\ (ms) = -1.667\ ms.$$

Ilyenkor azt mondjuk, hogy a *kék* görbe ($\varphi_u > 0$) *siet a piros görbéhez képest* ($\varphi_u = 0$), mert időben hamarabb vesz fel bármely bizonyos értéket.



3.3 Szinuszos mennyiségek és komplex számok kapcsolata

Egy szinusz jellegű függvényt egy számpárral lehet jellemezni: az amplitúdóval és a szöggel, csakúgy, mint egy komplex számot. De a komplex szám sokkal szemléletesebb, egyszerűbben felrajzolható, kompaktabb, mint egy szinusz jellegű függvény, és a rajta végzett műveletek is szemléletesebben ábrázolhatók, mint egy szinuszhullámon.



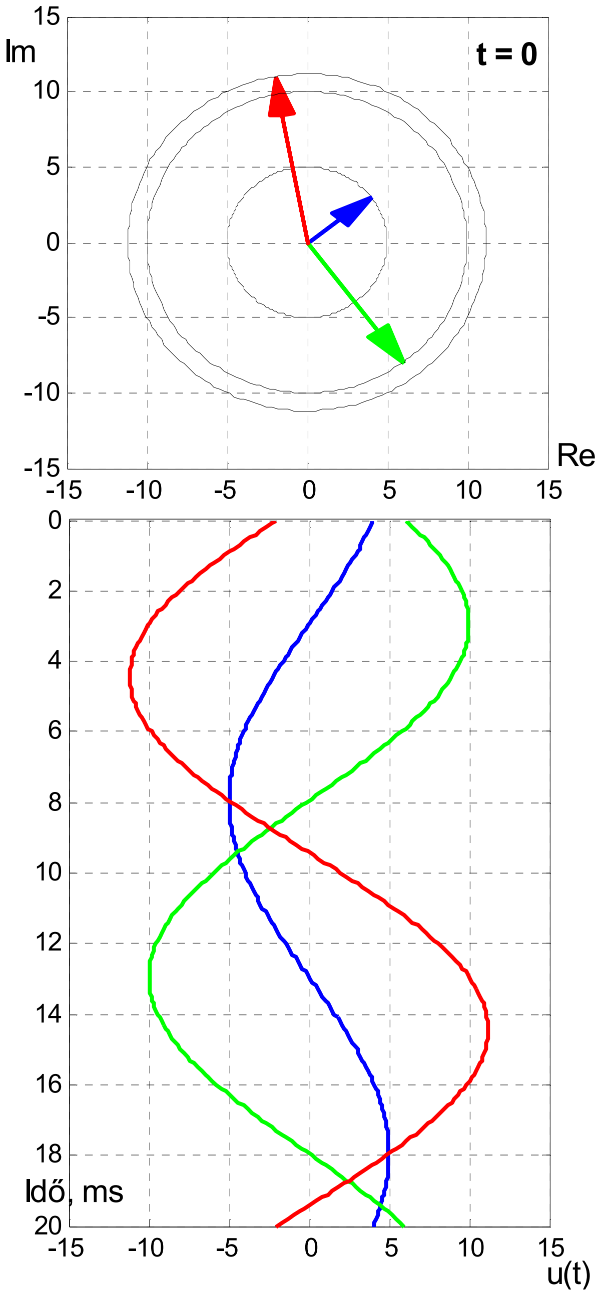
Két azonos frekvenciájú szinusz-jellegű függvény összege, különbsége is szinuszos függvény (a Kirchhoff törvények érvényesek a szinuszos mennyiségeket reprezentáló komplex számokra is):

Legyen $u_1(t) = 5*\cos(\omega t + 36.9°)$ :: $4 + j3 = 5e^{j36.9°}$

$u_2(t) = 10*\cos(\omega t - 53.1°)$ :: $6 - j8 = 10e^{-j53.1°}$

A különbségük:

$u_1(t) - u_2(t) = 11.18*\cos(\omega t + 100.3°)$ :: $-2 + j11 = 11.18e^{j100.3°}$



A *sin* függvény deriváltja a *cos*, a *cos* deriváltja a *-sin.*

Ezért ha egy *C* kapacitással rendelkező kondenzátorral $u(t) = U_m * \cos(\omega t)$ feszültséget kapcsolunk, akkor – mivel $i(t) = C\, du(t)/dt$ – a rajta folyó áram:

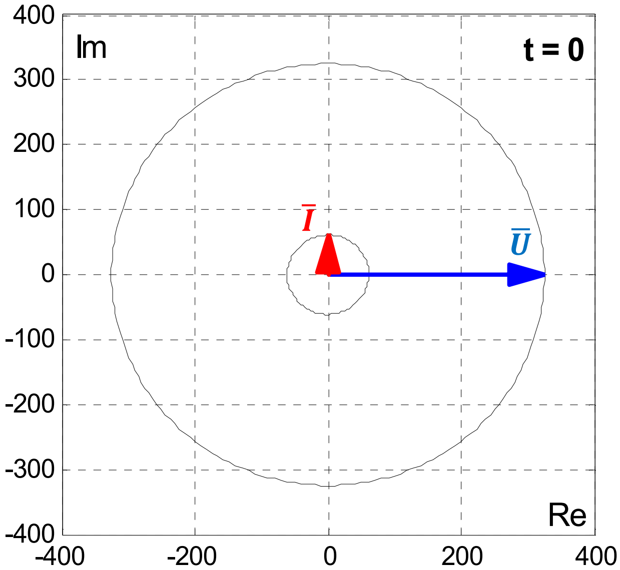
$u(t) = U_m * \cos(\omega t)$ ➔ $i(t) = C\, d/dt[\, U_m * \cos(\omega t)\,] = -\,\omega C U_m \sin(\omega t) = \omega C U_m \cos(\omega t + 90°) = I_m \cos(\omega t + 90°)$,

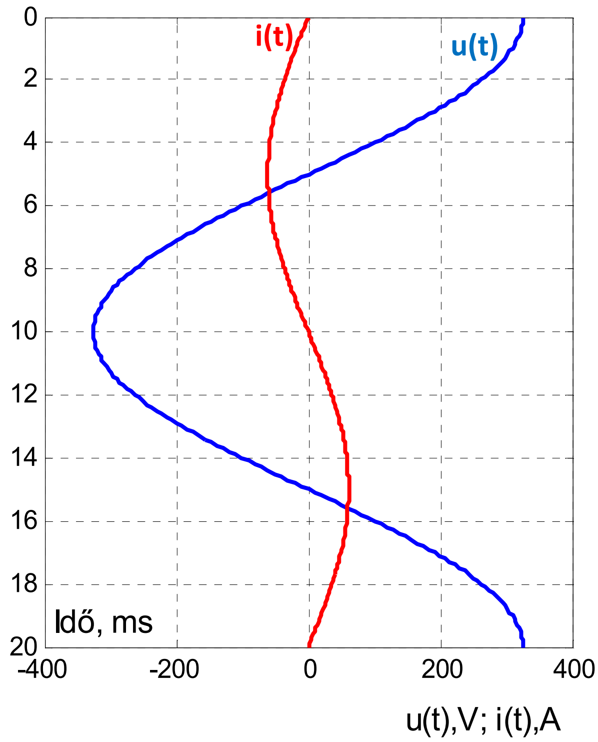
$I_m = \omega C U_m$.

$\overline{U} = U_m e^{j0°}$ ➔ $\underline{I} =$ .... $= \omega C U_m e^{j90°}$ $= I_m e^{j90°}$

Tehát a *deriválás megfelelője a komplex vektorok között a jω-val való szorzás. (Ha U_m állandó.)*

Látható, hogy *i(t) 90°-kal siet u(t)-hez képest*, 50 Hz frekvencia esetén pontosan 5 ms-mal hamarabb veszi fel pl. a szélsőértékeit (a példában $U_m = \sqrt{2}\ 231\ V = 325.3\ V$, $C = 600\ \mu F$, $f = 50\ Hz$, így $I_m = \sqrt{2}\ 43.4\ A = 61.3\ A$):





Egy induktivitás árama pedig – ez hasonlóan belátható – épp 90°-ot *késik* a feszültségéhez képest.

Az Ohm-törvény alakja kondenzátorra a fentiek alapján:

$$\bar{Z} = \bar{U}/\bar{I} = -j * 1/(\omega C) = 1/(j\omega C)\ \Omega.$$

(Hasonlóan belátható az induktivitásra érvényes $\bar{Z} = \bar{U}/\bar{I} = j\omega L$ összefüggés.)

Ha értjük a szinuszjellegű függvények (és a nekik megfelelő komplex számok) összegzését, akkor nem okozhat gondot sorosan vagy párhuzamosan kapcsolt *R, L és C* elemekből álló hálózatok feszültségei és áramai közötti összefüggések meghatározása.

Képzeljük el pl. hogy egy soros *R-L* körön átfolyik $\bar{I}$ áram. Az ellenálláson $R\bar{I}$ feszültség esik (vagyis az ellenálláson eső feszültségkomponens azonos fázisban van az árammal), az induktivitáson pedig $j\omega L\bar{I}$ feszültség (vagyis az induktivitáson eső feszültség 90°-kal siet az áramhoz képest), e kettőnek az összege (ez a *soros* RL tagon eső feszültség) $\bar{I}$ **(R+jωL)*, ami megfelel egy, az áramhoz képest $0° \leq \varphi \leq 90°$ szöggel siető hullámnak. A φ szög pont az *R+jωL* komplex szám *(impedancia)* szöge, értéke *R* és *ωL* arányától függ.

A *soros R-L körön folyó áram tehát késik a rajta eső feszültséghez képest.*

3.4 Effektív érték

Képzeljük el, hogy egy *R* ellenállásra egy feszültségforrást kötünk, amelynek feszültsége *u(t)* szerint változik. (Ld. fent.) Ekkor az ellenálláson *i(t) = u(t)/R* áram folyik, és a *T* idő alatt keletkező energia

$$E = \int_0^T p(t)dt = \int_0^T u(t)i(t)dt = \frac{1}{R}\int_0^T u^2(t)dt.$$

Most képzeljük el, hogy egy *U* egyenfeszültséget kötünk az *R* ellenállásra. Ekkor *I=U/R* egyenáram fog folyni, és a *T* idő alatt keletkező energia $E = UIT = 1/R*U^2T$.

Ha azt szeretnénk, hogy a két energia egyenlő legyen, akkor mekkora legyen *U*?

Fejezzük ki *U*-t az alábbi egyenletből:

$$\frac{1}{R}\int_0^T u^2(t)dt = \frac{1}{R}U^2T$$

$U = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T u^2(t)dt}$, ez az *u(t)* jel effektív értéke (r m s = „root mean square”). *Ha a jel szinuszos*, akkor $U = 1/\sqrt{2}U_m$.

3.5 Fazor

A *cos* függvény jellemzésére eddig használt komplex szám a „komplex pillanatérték”. Mivel egyszerre csak azonos frekvenciájú szinuszos jeleket, mennyiségeket vizsgálunk, egy komplex pillanatérték helyett használhatjuk annak $\sqrt{2}$-ed részét is, vagyis olyan komplex számot (vektort), amelynek szöge megegyezik a komplex pillanatérték szögével, de nagysága (hossza) annak $\sqrt{2}$-ed része.

Ez a „fazor”, más néven a „komplex effektív érték”. Vizsgálataink során legtöbbször nem pillanatértékekre, hanem effektív értékekre vagyunk kíváncsiak, ezért használjuk a fazorokat.

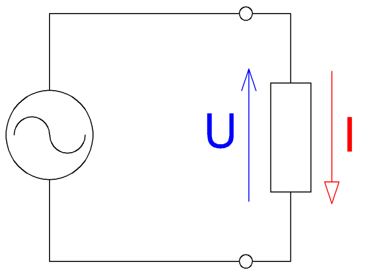
3.6 Egyszerű áramkörök feszültség- és áramviszonyai

U = 231 V, R = 5 Ω, C = 600 μF, L = 20 mH, f = 50 Hz.

Itt a 230 V a feszültség effektív értéke, az áramok számításánál is effektív értékeket adunk meg. Időfüggvények ábrázolásakor természetesen a hullámok csúcsértéke az effektív értékek $\sqrt{2}$-szöröse lesz. Az ábrázolt fazorok hossza viszont – mint említettük – az effektív értékkel egyezik meg!

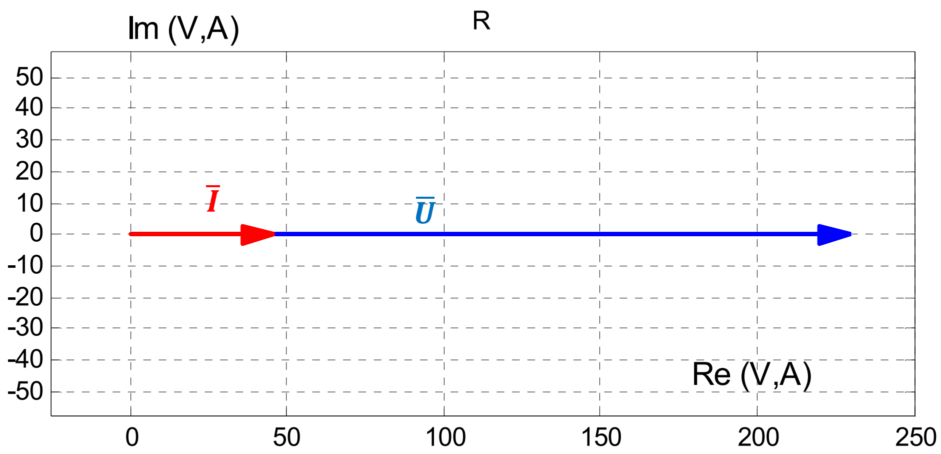
3.6.1 R

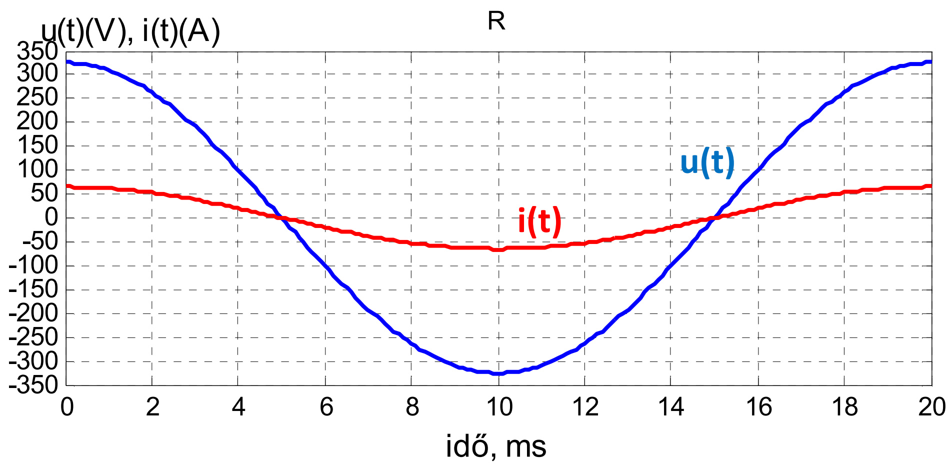
Kapcsolási vázlat:



$\bar{Z}$ = *R =* ***5 Ω***

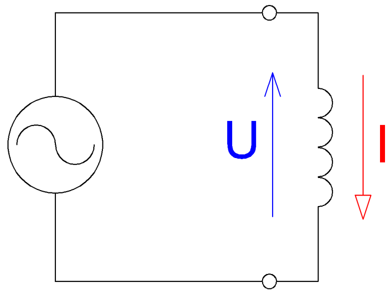
$\bar{I}$= $\bar{U}$ / $\bar{Z}$ = ***46 A***





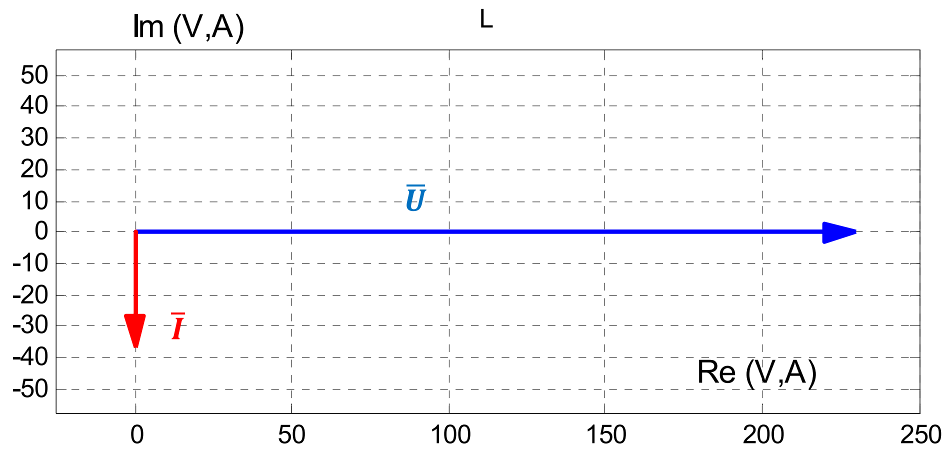
3.6.2 L

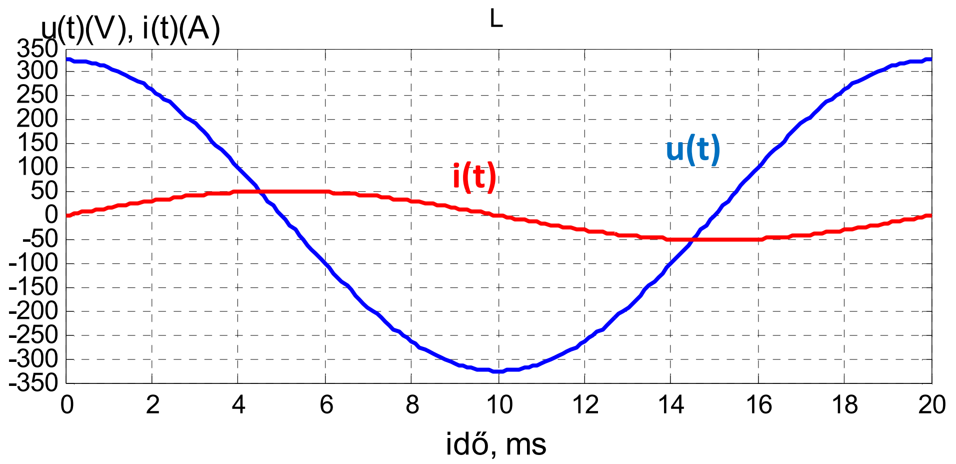
Kapcsolási vázlat:



$\bar{Z}$ = $j\omega L$ = $j6.28\ \Omega$

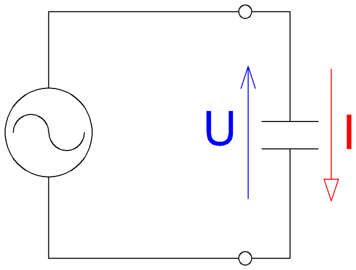
$\bar{I}$= $\bar{U}\,/\,\bar{Z}$ = $-j\ 36.6\ A$





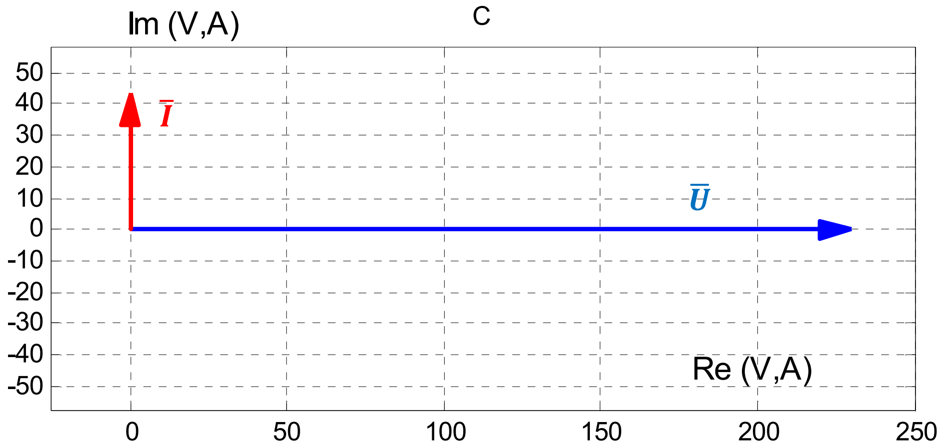
3.6.3 C

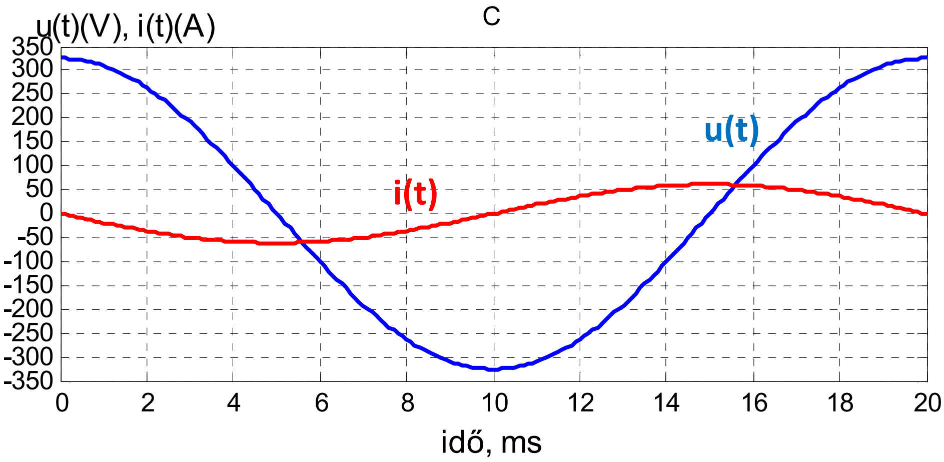
Kapcsolási vázlat:



$\overline{Z}$ = $1/(j\omega C)$ = $-j\,5.3\ \Omega$

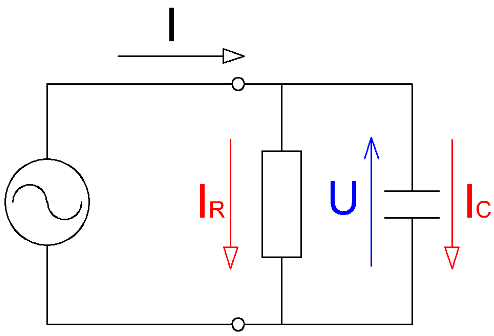
$\overline{I}$ = $\overline{U}\,/\,\overline{Z}$ = $j\ 43.4\ A$





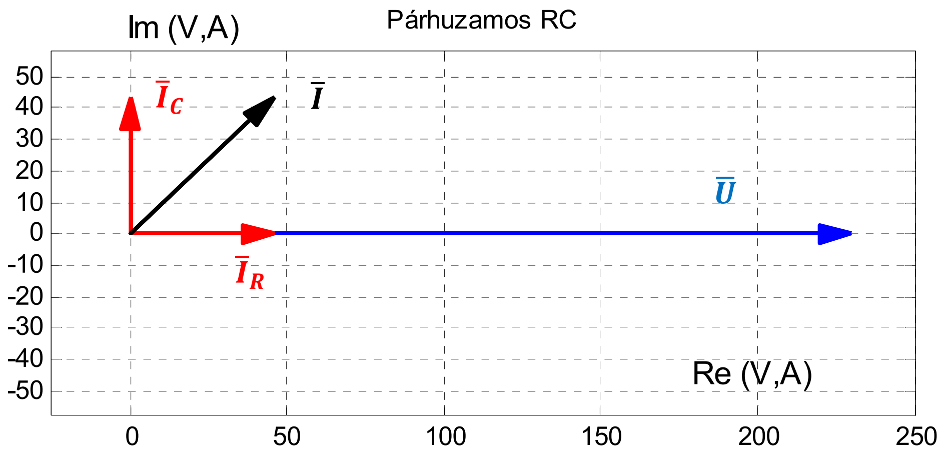
3.6.4 Párhuzamos RC

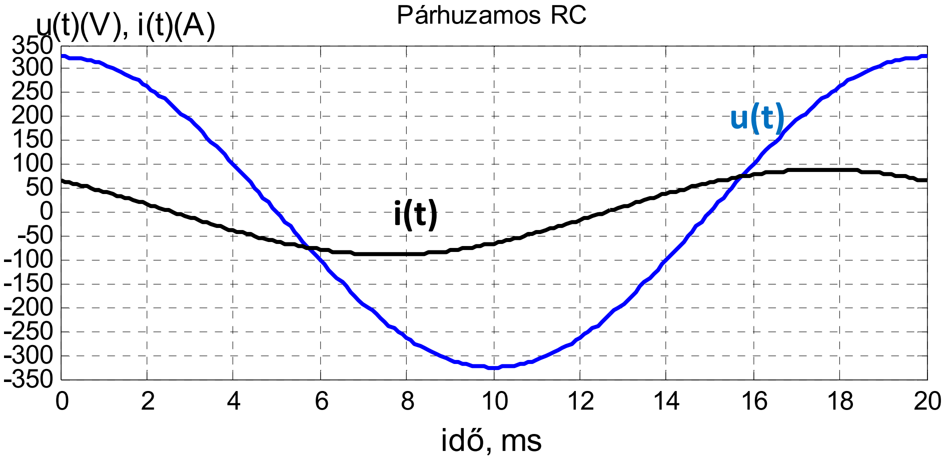
Kapcsolási vázlat:



$\overline{Z}$ = *R x 1/(jωC) =* *2.65 – j 2.50 Ω*

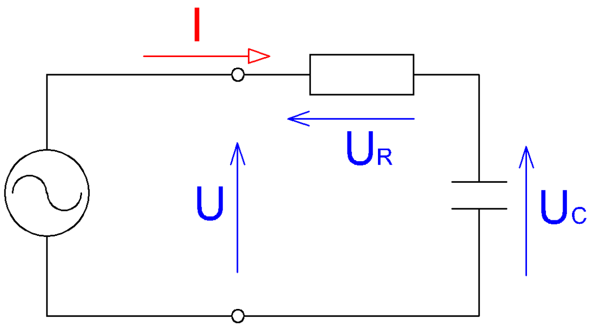
$\overline{I}$= $\overline{U}$ / $\overline{Z}$ = ***46 + j 43.4 A*** ***v.ö. R, C***



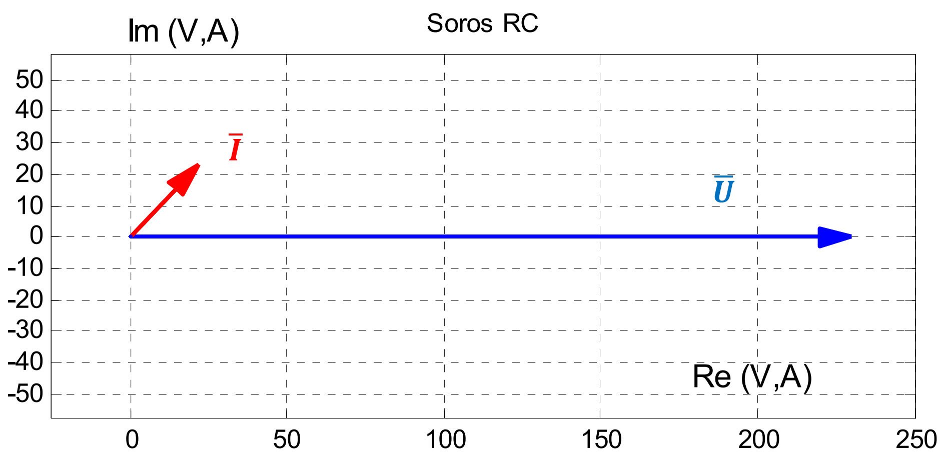


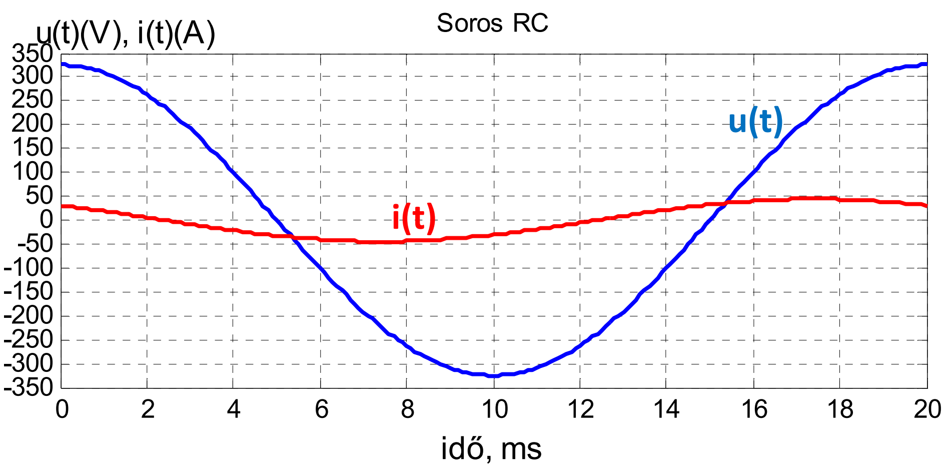
3.6.5 Soros RC

Kapcsolási vázlat:



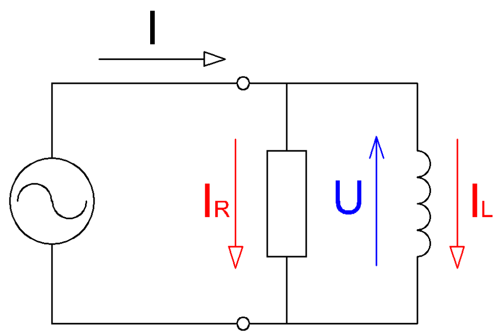
$\overline{Z}$ =	$R + 1/(j\omega C)$ =	***5 – j 5.3 Ω***	***v.ö. R, C***
$\overline{I}$=	$\overline{U}\,/\,\overline{Z}$ =	*21.64 + j 22.96 A*	





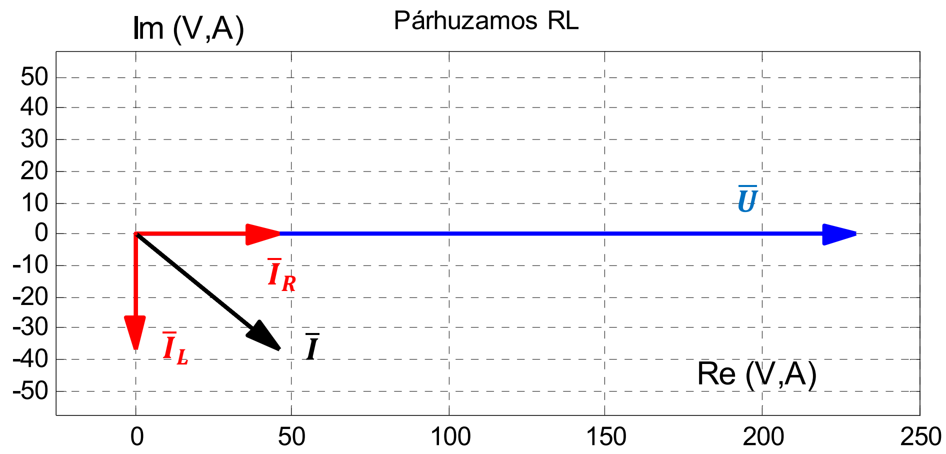
3.6.6 Párhuzamos RL

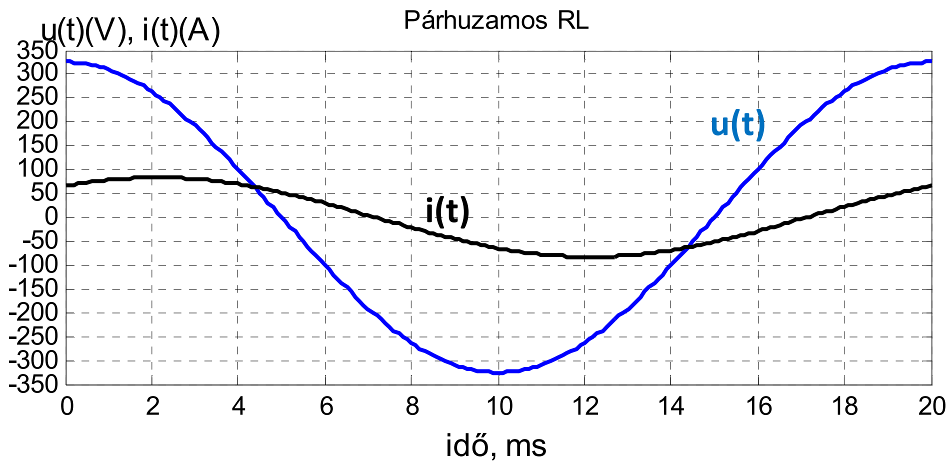
Kapcsolási vázlat:



$\bar{Z}$ = *R x (jωL) =* *3.06 + j 2.44 Ω*

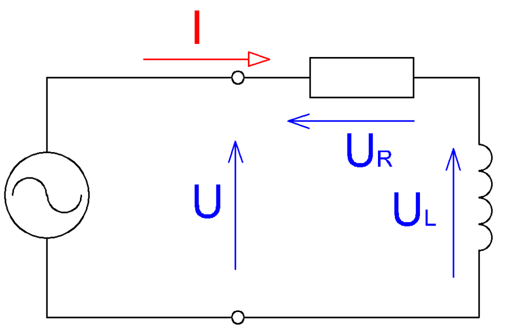
$\bar{I}$= $\bar{U}$ / $\bar{Z}$ = ***46 – j 36,6 A*** ***v.ö. R, L***



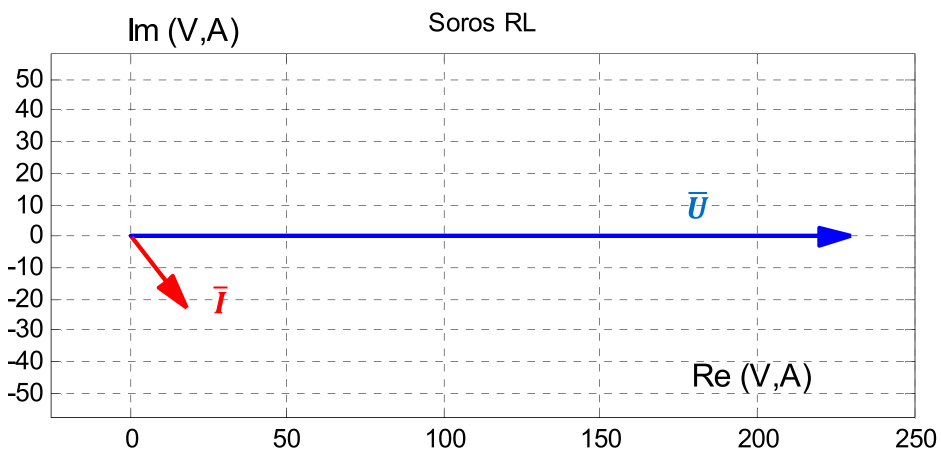


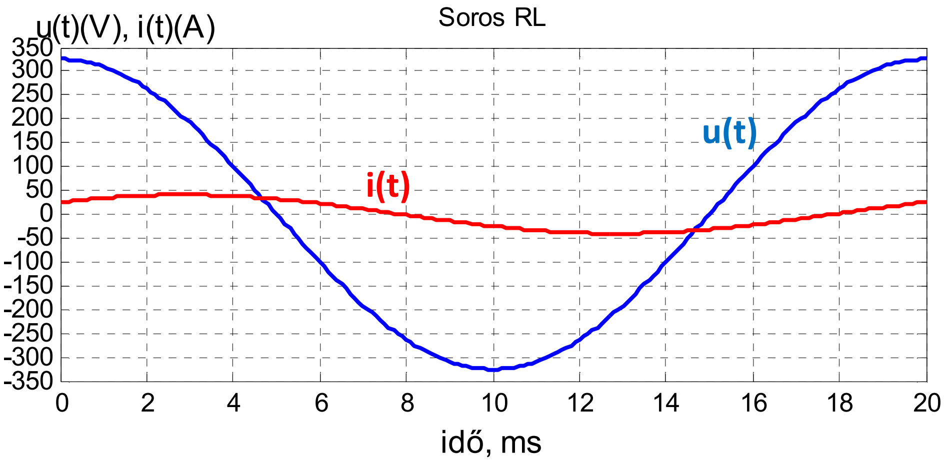
3.6.7 Soros RL

Kapcsolási vázlat:



$\overline{Z}$ =	$R + j\omega L$ =	**$5 + j\,6.28\ \Omega$**	***v.ö. R, L***
$\overline{I}$=	$\overline{U}\,/\,\overline{Z}$ =	$17.84 - j\,22.41$ A	

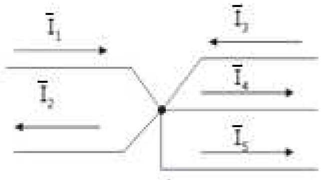




3.7 Kirchhoff törvények

1) Csomóponti törvény

Egy villamos hálózat csomópontjába befolyó áramok összege megegyezik a csomópontból kifolyó áramok összegével.

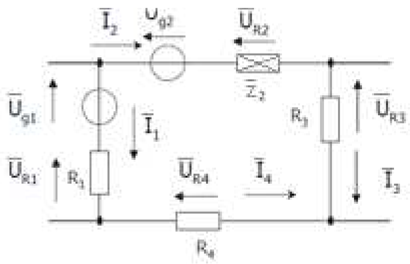


$$\bar{I}_1 + \bar{I}_3 = \bar{I}_2 + \bar{I}_4 + \bar{I}_5$$

$$\boxed{\sum \bar{I}_{be} = \sum \bar{I}_{ki}}$$

2) Hurok törvény

Bármely zárt hurokban a feszültségek előjeles összege nulla.

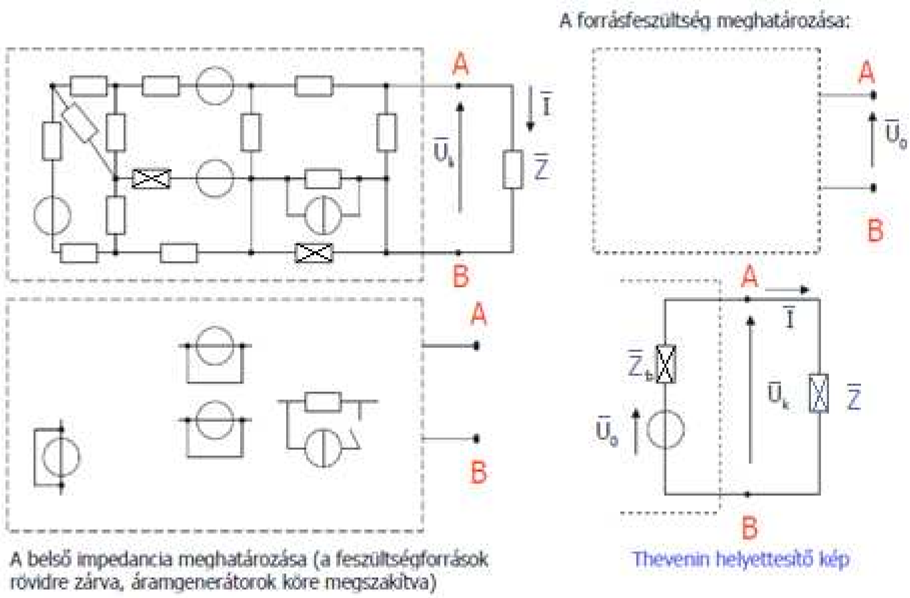


$$-\bar{U}_{R1} + \bar{U}_{g1} - \bar{U}_{g2} + \bar{U}_{R2} + \bar{U}_{R3} - \bar{U}_{R4} = 0$$

$$\boxed{\sum \bar{U} = 0}$$

3.8 Thévenin tétel

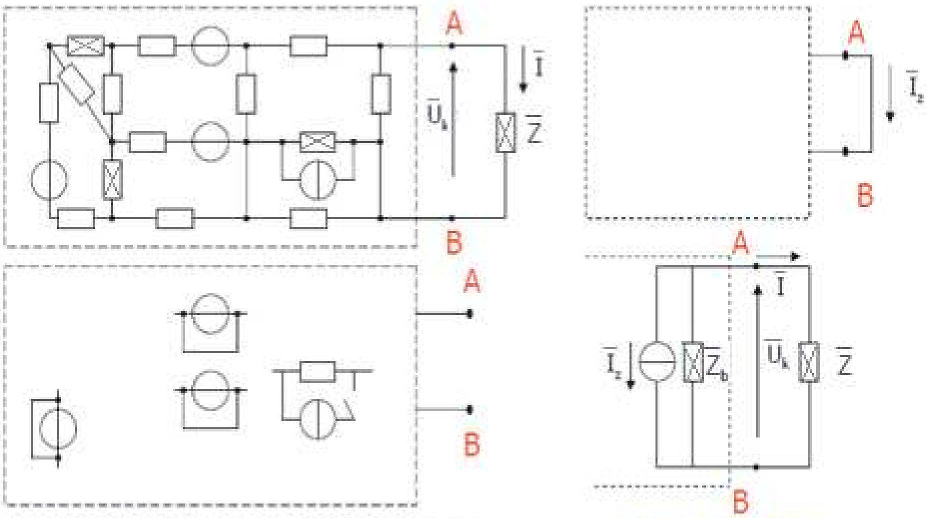
Bármely hálózat két tetszőleges pontja felől nézve helyettesíthető egyetlen feszültségforrással. A helyettesítő feszültségforrást akkor ismerjük, ha meg tudjuk határozni a feszültségforrás U_g forrásfeszültségét, valamint az R_b belső ellenállását (impedanciáját).



3.9 Norton tétel

Bármely hálózat két tetszőleges pontja felől nézve helyettesíthető egyetlen áramforrással. A helyettesítő áramforrást akkor ismerjük, ha meg tudjuk határozni az áramgenerátor I_z forrásáramát és a vele párhuzamosan kapcsolt R_b belső ellenállását (impedanciáját).

A forrásáram meghatározása:



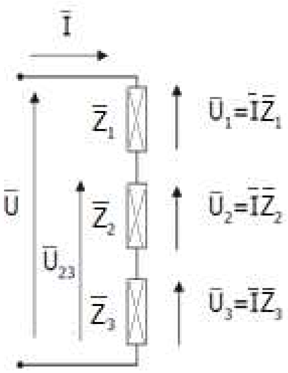
A belső impedancia meghatározása (a feszültségforrások rövidre zárva, áramgenerátorok köre megszakítva)

Norton helyettesítő kép

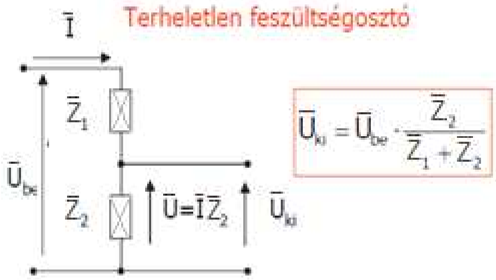
3.10 Feszültségosztás, áramosztás

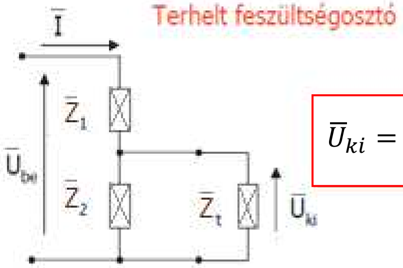
1) Feszültségosztás

Bármely két feszültség aránya megegyezik a hozzájuk tartozó fogyasztó ellenállásainak (impedanciáinak) arányával, másképpen fogalmazva a soros ellenálláslánc (impedancialánc) a rákapcsolt feszültséget az ellenállások (impedanciák) arányában leosztja.



$$\boxed{\frac{\bar{U}_1}{\bar{U}_2} = \frac{\bar{Z}_1}{\bar{Z}_2},} \quad \boxed{\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_3} = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_3},} \quad \boxed{\frac{\bar{U}_2}{\bar{U}_{23}} = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_3}}$$

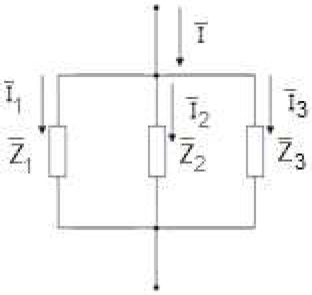




$$\boxed{\bar{U}_{ki} = \bar{U}_{be}\frac{\bar{Z}_2 \times \bar{Z}_t}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 \times \bar{Z}_t}}$$

2) Áramosztás

Egy hálózat párhuzamos ágaiban folyó áramok fordítottan arányosak az ágak ellenállásaival (impedanciáival).



$$\bar{U} = \bar{I}_1 \cdot \bar{Z}_1 = \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_2 = \bar{I}_3 \cdot \bar{Z}_3$$

$$\frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_2} = \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1};\ \frac{\bar{I}_2}{\bar{I}_3} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2};\ \frac{\bar{I}_1}{\bar{I}_3} = \frac{\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1}$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}\cdot\frac{\bar{Z}_2 x\bar{Z}_3}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 x\bar{Z}_3};\quad \bar{I}_2 = \bar{I}\cdot\frac{\bar{Z}_1 x\bar{Z}_3}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 x\bar{Z}_3};\quad \bar{I}_3 = \bar{I}\cdot\frac{\bar{Z}_1 x\bar{Z}_2}{\bar{Z}_3 + \bar{Z}_1 x\bar{Z}_2};$$

4 Melléklet a Villamos energetika c. tárgyhoz

4.1 Leggyakoribb jelölések

jel	mennyiség	leggyakrabban használt mértékegységek	példa, magyarázat
d	távolság	m	
h	magasság	m	
j	komplex egységgyök		
l	hossz, távolság (hosszegységre eső induktivitás)	m (mH/km)	
p	pillanatnyi teljesítmény	VA	
ρ	fajlagos ellenállás	$\Omega mm^2/m$	
r	hosszegységre eső ellenállás	Ω/km	
t	idő	s, ms	
x	hosszegységre eső reaktancia	Ω/km	j*0.4 Ω/km
x’	hosszegységre eső kapacitív reaktancia	MΩkm	
z	hosszegységre eső impedancia	Ω/km	(0.3 + j*0.3) Ω/km
C	kapacitás	µF	
E	energia	PJ, kWh	
L	induktivitás	mH	
P	hatásos teljesítmény	kW, MW	
Q	meddő teljesítmény	kVAr, MVAr	
R	ellenállás	Ω	
S	látszólagos teljesítmény	MVA	
S_z	zárlati teljesítmény	MVA	
S_n	névleges teljesítmény	MVA	
T	periódusidő	s, ms	20 ms
ω	szögsebesség	1/s	2 π 50
ε	drop (rövidzárási feszültségesés)	%	

4.2 Reális és irreális nagyságrendek

Mennyiség		**Reális tartomány**
Hálózati táppont zárlati teljesítménye	Nf	100 MVA (egy 120 kV-os hálózat gyenge végpontján) – 12000 MVA (Martonvásár 400 kV-os gyűjtősínen)
	Köf, Kif	Kb.: ha a hálózatot tápláló trafó névleges teljesítménye S_n, dropja $\varepsilon(\%)$, akkor $S_n/(\varepsilon/100)$
üzemi feszültségek (zárlatmentes állapot)	Nf	
	Köf	
	Kif	
cosφ (fogyasztói irányrendszerben)		0,7 – 1
szabadvezetékek hosszegységre eső (induktív) reaktanciája		0,32 – 0,45 Ω/km
szabadvezeték hosszegységre eső kapacitása		8,5 – 13 nF/km

Naf vagy Nf: nagyfeszültségű hálózat (120-750 kV), a fenti táblázatban **pl.** 400 kV-os hálózat
Köf vagy Kf: középfeszültségű hálózat (6-35 kV), a fenti táblázatban **pl.** egy 20kV-os hálózat
Kif: kisfeszültségű hálózat (<1000 V), a fenti táblázatban a 230 V/400V-os hálózat

Ha bármilyen, villamos energetika témájú számítás során mA, MA, mV, MV, mVA nagyságrendű mennyiségek jönnek ki, akkor érdemes gyanakodni és újraszámolni.

4.3 Leggyakoribb hibák

4.3.1 Szóhasználat, fogalmak

A mágneses tér ***feszültséget*** (és NEM *áramot*) indukál.

A transzformátor főmező és szórt tér: a főmező fluxus a vasban záródik, a szórt fluxus pedig csak az egyik tekercs meneteit (nem feltétlenül mindegyiket) zárja körbe, a másik tekercs egyetlen menetét sem. (Más szóval: a főmező fluxushoz tartozó erővonal egy olyan zárt görbe, amelynek belsején mindkét tekercs menetei keresztül haladnak; a szórt fluxus erővonala egy olyan zárt görbe, amelyen pontosan csak az egyik tekercs – egy vagy több – menete halad keresztül.)

4.3.2 Hosszegységre eső kapacitív reaktancia

HIBÁS: E mennyiség mértékegysége MΩ/km.

HELYES: E mennyiség mértékegysége MΩkm.

Indoklás: Egy távvezeték vagy kábel esetén a kapacitás sönt elem, vagyis a fázisvezető és a föld között (vagy a fázisvezetők között) értelmezünk kapacitást. Minél hosszabb egy távvezeték, a modellünkben annál több kis kapacitás kapcsolódik párhuzamosan, tehát a kis kapacitások összege annál nagyobb. A hosszegységre eső kapacitás mértékegysége tehát pl. µF/km, vagy nF/km.

Azonban minél nagyobb a kapacitás (vagyis minél hosszabb a vezeték), annál kisebb a kapacitív reaktancia, hiszen az a kapacitással fordítottan arányos. Ha tehát *c'*-vel jelöljük a hosszegységre eső kapacitást, l-lel a vezetékhosszt, akkor vezeték teljes kapacitív reaktanciája $X_C = 1/(\omega C) = 1/(\omega c'\, l) = 1/(\omega c') / l = x_C / l$;

mivel X_C mértékegysége Ω (vagy MΩ), l -é pedig km, ezért x_C (hosszegységre eső kapacitív reaktancia) mértékegysége csak Ωkm (vagy MΩkm) lehet.

4.3.3 VER P-f szabályozása

HIBÁS: „A hatásos teljesítmény egyensúlyt minden pillanatban biztosítani kell."

„A villamosenergia termelés-fogyasztás egyensúlyát minden pillanatban biztosítani kell."

HELYES: A hatásos villamos teljesítmény egyensúly (a villamosenergia termelés-fogyasztás egyensúlya) minden pillanatban fennáll – ez az energiamegmaradás törvénye; a feladat annak biztosítása, hogy ez az egyensúly ***névleges frekvencián*** jöjjön létre.

Megjegyzés: Hasonlóképpen a meddő villamos teljesítmény egyensúly (a meddőteljesítmény betáplálások-fogyasztások egyensúlya) is minden pillanatban fennáll – ez az energiamegmaradás törvénye; a feladat annak biztosítása, hogy ez az egyensúly ***névleges feszültségen*** (vagy akörüli értéken) jöjjön létre.

4.3.4 Kif hálózati táppont rövidzárási teljesítményének mérése

HIBÁS: „Ampermérőt bedugom a konnektorba, ezzel megmérem a rövidzárási áramot, amit aztán majd megszorzok 230V-tal"

Indoklás: A „mérés” elég rövid ideig fog tartani, tekintve hogy a rövidzár miatt I>>16A fog folyni, és a kismegszakító ki fog oldani.

Az rövidzárási áram nagyságát lényegében a transzformátor és a rövidzár közötti vezeték ellenállása határozza meg. Egy durva becslés: legyen a transzformátor és a ház csatlakozási pontja közötti vezeték ellenállása 0.4 Ω/km, és a vezetékhossz 1 km. Legyen házon belül a csatlakozási pont és a konnektor közötti távolság 2*15 m, a keresztmetszet 2.5 mm^2, vagyis az ellenállás *0.027 (Ω mm^2/m) / 2.5 (mm^2)*2*15 (m) = 0.324 Ω.* Eddig az összes ellenállás 0.724 *Ω;* még ha ezt felkerekítjük 1 *Ω*-ra, akkor is 230 A zárlati áramot kapunk.