

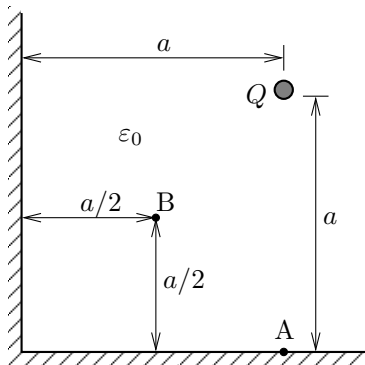
Név nagybetűvel:	Nagypéldák:	/10	/10
Neptun-kód:	Kispéldák:	/10	/10
Hallgató aláírása:	Σ:	/30	

Nagypéldák – Az egyes feladatcsoportokat külön lapon, áttekinthetően dolgozza ki; a végeredményeket húzza alá. Minden esetben éljen a megengedhető „mérnöki” közelítésekkel.

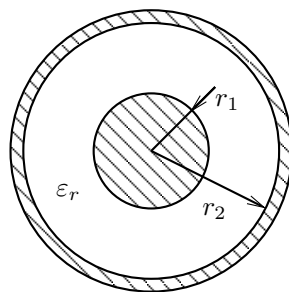
I. példa. A végtelen kiterjedésű, merőlegesen metsződő földelt fémsíkok által határolt, levegővel kitöltött térrészben egy $Q = 2 \mu\text{As}$ pontszerű töltés helyezkedik el a síkoktól $a = 80 \text{ cm}$ távolságra, az alábbi ábra szerint.

- Vegyen fel olyan helyettesítő töltéselrendezést, amelynek elektromos mezeje (az adott térnegyedben) megegyezik az eredeti töltés és a fémlemez által létrehozott mezővel! (2 pont)
- Mekkora, és milyen irányú erő hat a Q töltésre? (3 pont)
- Határozza meg a felületi töltéssűrűséget a vízszintes fémsíkon a töltéshez legközelebb eső A pontban! (3 pont)
- Számítsa ki a potenciált a két fémsíktól egyaránt $a/2$ távolságra lévő B pontban! (2 pont)

ábra az I. példához



ábra a II. példához



II. példa. Egy hengerkondenzátor belső elektródájának sugara $r_1 = 2 \text{ mm}$, külső elektródájának belső sugara $r_2 = 4 \text{ mm}$ (l. ábra), a hengerek hossza $l = 25 \text{ mm}$. A szigetelőanyag dielektromos állandója $\epsilon_r = 2,25$. (Megjegyzés: a feladatok megoldása során eltekinthet a hengerek végein tapasztalható jelenségektől.)

- Határozza meg a kondenzátor kapacitását! (2 pont)
- Mennyi a kondenzátorban tárolt energia, ha $U_0 = 10 \text{ V}$ feszültségre van töltve? (1 pont)
- Legfeljebb mekkora feszültség kapcsolható a kondenzátorra annak tönkremenetele nélkül, ha szigetelőanyagának átütési szilárdsága $E_{\text{max}} = 25 \text{ MV/m}$? (4 pont)
- Mekkora szivárgási áram folyik az $U_1 = 2 \text{ kV}$ feszültségű kondenzátoron, ha a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége $\sigma = 10^{-13} \text{ S/m}$? (3 pont)

Kispéldák – Kérjük, külön lapon dolgozza ki. Az eredményeket paraméteres alakban kell megadni, és nem kell rávezetni a feladatlapra.

- Dielektrikum adott pontjában az elektromos térerősség abszolút értéke E , az eltolásvektor abszolút értéke D . Fejezze ki a dielektromos polarizáció vektorának abszolút értékét! (2 pont)
- A σ fajlagos vezetőképességű talajban igen nagy mélységben egy kicsiny r_0 sugarú földelő gömb helyezkedik el. Adjon közelítő formulát a földelési ellenállására! (2 pont)
- Két elektródából és a földből álló rendszerben a részkapacitások C_{10} , C_{20} és C_{12} . Az elektródák potenciálja ϕ_1 és ϕ_2 , a föld potenciálja 0. Írja fel azt a formulát, amellyel a 2. elektróda Q_2 töltése kiszámítható! (2 pont)
- Egy r_0 sugarú, σ fajlagos vezetőképességű, kör keresztmetszetű huzalban I egyenáram folyik. Fejezze ki a huzal l hosszúságú szakaszán disszipált teljesítményt! (2 pont)
- Elektrosztatikus térben a skalárpotenciál kifejezése egy koherens egységrendszerben $\phi(x, y, z) = \phi(x) = 5 \cos(\pi x)$. Fejezze ki az elektromos térerősség vektorát mint a hely függvényét! (2 pont)

- Ponttöltés tere: $\phi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$, $E_r(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$
- Végtelen egyenes vonaltöltés tere: $\phi(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_{\text{ref}}}{r}$, $E_r(r) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r}$
- Fizikai állandók: $\epsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$

I. példa. A végtelen kiterjedésű, merőlegesen metsződő földelt fémsíkok által határolt, levegővel kitöltött térrészben egy $Q = 2 \mu\text{As}$ pontszerű töltés helyezkedik el a síktól $a = 80 \text{ cm}$ távolságra, az alábbi ábra szerint.

- a) Vegyen fel olyan helyettesítő töltéselrendezést, amelynek elektromos mezeje (az adott térnegyedben) megegyezik az eredeti töltés és a fémlemez által létrehozott mezővel! (2 pont)
- b) Mekkora, és milyen irányú erő hat a Q töltésre? (3 pont)

$$F_x = F_y = \frac{Q^2}{4\pi\epsilon_0} \left[-\frac{1}{(2a)^2} + \frac{1}{\sqrt{2} (2\sqrt{2}a)^2} \right] = -9,08 \text{ mN} \quad (1 \text{ p})$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = 12,84 \text{ mN} \quad (1 \text{ p})$$

Az erő vektora a fémsíkok metszsvonalának irányába mutat. (1 p)

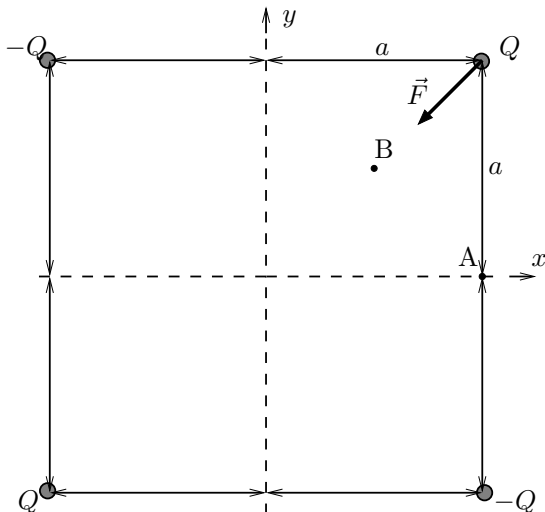
- c) Határozza meg a felületi töltéssűrűséget a vízszintes fémsíkon a töltéshez legközelebb eső A pontban! (3 pont)

$$\sigma_A = D_y = \frac{Q}{4\pi} \left(-2 \cdot \frac{1}{a^2} + 2 \cdot \frac{1}{5a^2} \cdot \frac{a}{\sqrt{5}a} \right) = -0,45 \mu\text{As/m}^2 \quad (3 \text{ p})$$

(előjelhiba -1 pont)

- d) Számítsa ki a potenciált a két fémsíktól egyaránt $a/2$ távolságra lévő B pontban! (2 pont)

$$\phi_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{a/\sqrt{2}} + \frac{1}{3a/\sqrt{2}} - 2 \cdot \frac{1}{a\sqrt{10}/2} \right) = 13,95 \text{ kV} \quad (2 \text{ p})$$



II. példa. Egy hengerkondenzátor belső elektródájának sugara $r_1 = 2 \text{ mm}$, külső elektródájának belső sugara $r_2 = 4 \text{ mm}$ (l. ábra), a hengerek hossza $l = 25 \text{ mm}$. A szigetelőanyag dielektromos állandója $\epsilon_r = 2,25$. (Megjegyzés: a feladatok megoldása során eltekinthet a hengerek végein tapasztalható jelenségektől.)

- a) Határozza meg a kondenzátor kapacitását! (2 pont)

$$C = \frac{2\pi\epsilon_0\epsilon_r l}{\ln(r_2/r_1)} = 4,51 \text{ pF} \quad (2 \text{ p})$$

- b) Mennyi a kondenzátorban tárolt energia, ha $U_0 = 10 \text{ V}$ feszültségre van töltve? (1 pont)

$$W = \frac{1}{2} C U_0^2 = 225,6 \text{ pJ} \quad (1 \text{ p})$$

- c) Legfeljebb mekkora feszültség kapcsolható a kondenzátorra annak tönkremenetele nélkül, ha szigetelőanyagának átütési szilárdsága $E_{\text{max}} = 25 \text{ MV/m}$? (4 pont)

A dielektrikumban a teret egy a tengelybe helyezett $q = \frac{CU}{l}$ vonaltöltéssel számoljuk. (1 p)

Adott feszültségnél a maximális térerősség mindig az r_1 sugáron lép fel. (1 p)

Átütéskor: $E_{\text{max}} = \frac{CU_{\text{max}}/l}{2\pi\epsilon_0\epsilon_r} \cdot \frac{1}{r_1} \rightarrow U_{\text{max}} = 34,7 \text{ kV} \quad (2 \text{ p})$

- d) Mekkora szivárgási áram folyik az $U_1 = 2 \text{ kV}$ feszültségű kondenzátoron, ha a szigetelőanyag fajlagos vezetőképessége $\sigma = 10^{-13} \text{ S/m}$? (3 pont)

Az elektrosztatika és a stacionárius áramlás analógiájából a vezetés:

$$G = \frac{\sigma}{\epsilon_0\epsilon_r} C = 0,023 \text{ pS} \quad (2 \text{ p})$$

Innen az áram: $I = G U_1 = 45 \text{ pA} \quad (1 \text{ p})$

Kis példák

1. Dielektrikum adott pontjában az elektromos térerősség abszolút értéke E , az eltolásvektor abszolút értéke D . Fejezze ki a dielektromos polarizáció vektorának abszolút értékét! (2 pont)

Nem lehetséges: kevés az adat. (2 p)

2. A σ fajlagos vezetőképességű talajban igen nagy mélységben egy kicsiny r_0 sugarú földelő gömb helyezkedik el. Adjon közelítő formulát a földelési ellenállására! (2 pont)

Az I áramú földelő gömb potenciálja (ha a 0 potenciál a végtelenben van): $\phi \approx \frac{I}{4\pi\sigma r_0}$ (1 p)

Innen a földelési ellenállás $R = \frac{\phi}{I} \approx \frac{1}{4\pi\sigma r_0}$ (1 p)

3. Két elektródából és a földből álló rendszerben a részkapacitások C_{10} , C_{20} és C_{12} . Az elektródák potenciálja ϕ_1 és ϕ_2 , a föld potenciája 0. Írja fel azt a formulát, amellyel a 2. elektróda Q_2 töltése kiszámítható! (2 pont)

$Q_2 = C_{20}\phi_2 + C_{12}(\phi_2 - \phi_1)$ (2 p)

4. Egy r_0 sugarú, σ fajlagos vezetőképességű, kör keresztmetszetű huzalban I egyenáram folyik. Fejezze ki a huzal l hosszúságú szakaszán disszipált teljesítményt! (2 pont)

$P = RI^2 = \frac{I^2 l}{\sigma r_0^2 \pi}$ (2 p)

5. Elektrosztatikus térben a skalárpotenciál kifejezése egy koherens egységrendszerben $\phi(x, y, z) = \phi(x) = 5 \cos(\pi x)$. Fejezze ki az elektromos térerősség vektorát mint a hely függvényét! (2 pont)

$\mathbf{E} = -\text{grad } \phi$ (1 p)

$\mathbf{E}(x, y, z) = -\hat{\mathbf{e}}_x \frac{\partial \phi}{\partial x} = \hat{\mathbf{e}}_x 5\pi \sin(\pi x)$ (1 p)