

# Fizika 1. ZH megoldások

Készítette: Sas Péter István  
Neptun kód: YRWPU9  
Budapest, 2009-04-28

**Megjegyzés:** A feladatok megoldása az általam lehetségesnek vélt megoldások, melyek helyességért felelősséget nem vállalok. Ha valaki észreveszi. Hogy a megoldás menete helytelen, akkor jelezze a [sapi35@citromail.hu](mailto:sapi35@citromail.hu) címen.

## 1. Feladat

**Mekkora hőmérsékletű az a fekete test, amelyben a zöld színű ( $\lambda=500\text{nm}$ ) atomi oszcillátorok átlagenergiája éppen fele az ezen oszcillátorok energiacserejét meghatározó foton energiájának?**

Megoldás:

Orosz jegyzetében található az alábbi képlet az atomi oszcillátorok átlagenergiájára:

$$\langle \varepsilon_v \rangle^{PL} = \frac{h\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

Ez egyenlő a foton energiájának felével:

$$\langle \varepsilon_v \rangle^{PL} = \frac{h \cdot \frac{c}{\lambda}}{\exp\left(\frac{h \cdot \frac{c}{\lambda}}{k \cdot T}\right) - 1} = \frac{1}{2} \cdot h \cdot \frac{c}{\lambda}$$

Ezt T-re rendezve:

$$T = \frac{h \cdot c}{\lambda \cdot k \cdot \ln(3)} \cong 26200\text{K} \Rightarrow \underline{\underline{26000\text{K}}} \text{ a helyes válasz szerintem.}$$

## 2. Feladat

**Minimum mekkora hullámhosszú fényvel kell megvilágítani egy 3eV kilépési munkával rendelkező fém, hogy abból 600km/s sebességű elektronok lépjenek ki?**

Megoldás:  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ ; elektron töltése:  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} \rightarrow 1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19}\text{J} \rightarrow W_{ki}=3\text{eV}=4,8 \cdot 10^{-19}\text{J}$

A fényelektromos jelenség alapján a hullámhossz:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda} = W_{ki} + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2 \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{W_{ki} + \frac{1}{2} \cdot m_e \cdot v^2} \cong 308,5\text{nm} \Rightarrow \underline{\underline{300\text{nm}}} \text{ szerintem.}$$

## 3. Feladat

**1nm hosszúságú foton szóródik egy állónak tekinthető elektronon. A szórt foton éppen 90°-ot zár be a beesési iránnyal. Mekkora a meglökött elektron mozgási energiája.**

Megoldás:  $m_e=9,1 \cdot 10^{-31}\text{kg}$ ; elektron töltése:  $e=1,6 \cdot 10^{-19}\text{C} \rightarrow 1\text{eV}=1,6 \cdot 10^{-19}\text{J}$

Energia megmaradás az ütközésre:

$$h \cdot \frac{c}{\lambda_1} = h \cdot \frac{c}{\lambda_2} + E_{kin}$$

A jelenség a Compton effektus, a hol tudjuk, hogy:  $\lambda_2 - \lambda_1 = \lambda_0 \cdot (1 - \cos \vartheta)$ , ahol  $\lambda_0$  a Compton hullámhossz értéke  $2,4263 \cdot 10^{-12} \text{ m}$ , és  $\vartheta = 90^\circ$  a beesési irány és szórt foton által bezárt szög.

Ezek alapján a kinetikus energia:

$$E_{kin} = h \cdot c \cdot \left( \frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_0} \right) \cong 3 \text{ eV}, \text{ s viszont csak } 2 \cdot 10^{-12} \text{ m a Compton hullámhossz, akkor}$$

2,47 eV adódik, ami már lehet 2,1 eV válasznak megfelelő, sajnos ezt nem tudom, én azt jelöltem be a 3 eV-ből kiindulva, hogy egyik sem a helyes válasz.

#### 4. Feladat

**Maximum mekkora hullámhosszú fényt képes egy alapállapotú hidrogén atom elnyelni?**

Megoldás: a hidrogén alapállapotú energiája: -13,6 eV, a második energiaszint -13,6 eV/4, a két energia különbségével egyenlő nagyságú kell legyen a fény energiája is.

$$\left( 13,6 - \frac{13,6}{4} \right) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J} = h \cdot \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h \cdot c}{\left( 13,6 - \frac{13,6}{4} \right) \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}} = 121,7 \text{ nm} \Rightarrow \underline{\underline{122 \text{ nm}}}$$

#### 5. Feladat

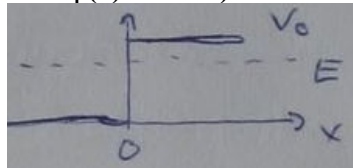
**Mekkora a de-Broglie hullámhossza annak az elektronnak, amelynek kinetikus energiája 1 eV?**

Megoldás:

$$p = \frac{h}{\lambda}; E = \frac{1}{2} \cdot \frac{p^2}{m_e} \Rightarrow p = \sqrt{2 \cdot E \cdot m_e} = \frac{h}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{h}{\sqrt{2 \cdot E \cdot m_e}} \cong 1,23 \text{ nm} \Rightarrow \underline{\underline{1,2 \text{ nm}}}$$

#### 6. Feladat

Az ábrán látható,  $x=0$  helyen lévő potenciállépcső magassága 4 eV. A potenciállépcsőre beeső elektron energiája 3 eV és 0,5 valószínűséggel tartózkodhat az  $x \geq 0$  térrészben. A felsoroltak közül melyik adhatja meg hullámfüggvény értékét az  $x=0$  pontban (azaz mekkora a  $\psi(0)$  értékét)?



Megoldás:

A potenciállépcsőt úgy kezeljük, mint egy potenciálgátat, mely  $x=0$ -tól  $x=\infty$ -ig tart. A potenciálgát belsejében a hullámfüggvény:  $\psi(x) = A \cdot e^{-\alpha x}$ , és tudjuk, hogy e hullámfüggvény alatti terület az elektron ott tartózkodásának valószínűsége, azaz 0,5. Összefoglalva:

$$P(X > 0) = 0,5 = \int_0^{\infty} A^2 \cdot e^{-2\alpha x} \cdot dx = A^2 \cdot \int_0^{\infty} e^{-2\alpha x} \cdot dx = \frac{A^2}{2 \cdot \alpha} = \frac{A^2}{2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot m_e}{\hbar^2} \cdot (V_0 - E)}}$$

Az  $A$  érték egyezik meg  $\psi(0)$  értékkel, így:

$$A = \sqrt{\frac{2 \cdot m_e}{\hbar^2} \cdot (V_0 - E)}$$

Szerintem így kell csinálni, de a numerikus érték azt hiszem, nem stimmel, szóval nem tudom, hogy jó-e a megoldás.

### 7. Feladat

**Egy kocka alakú potenciáldobozban lévő részecske alapállapotú energiája 1,5eV. Mekkora a 4. energiaszint értéke?**

Megoldás:

A kocka alakú potenciáldobozban az alapállapot  $\Psi_{111}$ , ami azt jelenti, hogy az alapállapot  $3 \cdot E_0$  nagyságú energiának felel meg, így  $E_0 = 0,5$  eV. A második energiaállapot a  $\Psi_{211}$ ,  $\Psi_{121}$ ,  $\Psi_{112}$  ezeknek  $6 \cdot E_0$  nagyságú energia felel meg. A harmadik állapot  $\Psi_{221}$ ,  $\Psi_{122}$ ,  $\Psi_{212}$  ezeknek  $9 \cdot E_0$  nagyságú energia felel meg. A negyedik állapot  $\Psi_{311}$ ,  $\Psi_{131}$ ,  $\Psi_{113}$  ezeknek  $11 \cdot E_0$  nagyságú energia felel meg, azaz  $11 \cdot 0,5 \text{ eV} = 5,5 \text{ eV} = E_4$ .

### 8. Feladat

**Egy neutron állapotfüggvénye egy adott mértékegység választása mellett az  $x \geq 0$  tartományban:  $\Psi(x) = 0,6 \cdot \exp(-3 \cdot x)$ . Mekkora a valószínűségi áramsűrűség ebben az állapotban?**

Megoldás:

$$j(x) = \frac{\hbar}{2 \cdot m \cdot j} \cdot (\psi^* \cdot \psi' - \psi \cdot \psi'^*) =$$

$$j(x) = \frac{\hbar}{2 \cdot m \cdot j} \cdot (0,6 \cdot \exp(3 \cdot x) \cdot 1,8 \cdot \exp(3 \cdot x) - 0,6 \cdot \exp(3 \cdot x) \cdot 1,8 \cdot \exp(3 \cdot x)) = \underline{\underline{0}}$$

### 9. Feladat

**Egy  $L = 0,64$  nm széles négyszögletes potenciálgát magassága 2eV. Mekkora az a legkisebb energia, amellyel rendelkeznie kell az elektronnak ahhoz, hogy a gáton  $T = 1$  valószínűséggel áthaladjon.**

Megoldás:

$E = V_0 + \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2 \cdot m_e \cdot L^2} \cdot n^2 \Rightarrow \frac{\hbar^2 \cdot \pi^2}{2 \cdot m_e \cdot L^2} = 1,47 \cdot 10^{-19} \text{ J} \approx \underline{\underline{1 \text{ eV}}}$ , tehát 1eV-tal a gát felett kell lennie az elektron energiájának.

### 10. Feladat

**Adottak  $\hat{A}, \hat{B}, \hat{C}$  operátorok. Határozza meg az  $\hat{A}(\hat{B} + j \cdot \hat{C})$  operátor adjungáltját, ha  $j = \sqrt{-1}$ !**

Megoldás:

$$(\hat{A}(\hat{B} + j \cdot \hat{C}))^\dagger = (\hat{B} + j \cdot \hat{C})^\dagger \hat{A}^\dagger = \underline{\underline{(\hat{B}^\dagger - j \cdot \hat{C}^\dagger) \hat{A}^\dagger}}$$