

Rendezések/2

1. Tudjuk, hogy az a_1, \dots, a_n sorozat olyan, hogy egy darabig növekszik, utána csökken. Adjon $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami növekvő sorrendbe rendezi az elemeit!
2. Az eredetileg növekvő a_1, \dots, a_n sorozatban egy elem értéke megváltozott, de nem tudjuk melyik. Hogyan lehet $O(n)$ lépésben újra növekvő sorrendbe rendezni az elemeket?
3. Az $A[1 : n]$ tömbben számokat tárolunk. Határozza meg $O(n \log n)$ lépésben
 - (a) azokat az értékeket, amelyek egynél többször fordulnak elő;
 - (b) a leggyakoribb értékeket (vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben)!
4. Legyen adott egy egészekből álló $A[1 : n]$ tömb valamint egy b egész szám. Egy olyan $i, j \in \{1, \dots, n\}$ indexpárt keresünk, melyre $A[i] + A[j] = b$. Hogyan lehet ezt $O(n \log n)$ időben megoldani?
5. Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3 . Ha nincs ilyen k , akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$.
6. Adott a síkon n pont, melyek koordinátái $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$. Olyan $P = (x, y)$ pontot keresünk a síkon, amire az $\sum_{i=1}^n (|a_i - x| + |b_i - y|)$ összeg minimális. Adjon algoritmust, amely $O(n \log n)$ lépésben meghatároz egy ilyen P pontot!
7. Adott a számegyenesen n intervallum, $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$. Azt akarjuk tudni, hogy együtt milyen hosszú részt fednek le a számegyenesből (azaz, hogy mennyi az $\cup_{i=1}^n [a_i, b_i]$ összhossza). Adjon $O(n \log n)$ lépéses algoritmust ennek a hosszának a meghatározására!
8. Az $A[1 : n]$ tömb piros és zöld elemeket tartalmaz. Szeretnénk úgy átrendezni, hogy az egyszínű elemek folytonosan helyezkedjenek el (elől az összes piros, utána az összes zöld vagy fordítva). Egy megengedett lépés két szomszédos tömbelem cseréje. Adjon meg egy konstans szorzó erejéig optimális lépésszámú algoritmust!

Rendezések/2

1. Tudjuk, hogy az a_1, \dots, a_n sorozat olyan, hogy egy darabig növekszik, utána csökken. Adjon $O(n)$ összehasonlítást használó algoritmust, ami növekvő sorrendbe rendezi az elemeit!
2. Az eredetileg növekvő a_1, \dots, a_n sorozatban egy elem értéke megváltozott, de nem tudjuk melyik. Hogyan lehet $O(n)$ lépésben újra növekvő sorrendbe rendezni az elemeket?
3. Az $A[1 : n]$ tömbben számokat tárolunk. Határozza meg $O(n \log n)$ lépésben
 - (a) azokat az értékeket, amelyek egynél többször fordulnak elő;
 - (b) a leggyakoribb értékeket (vagyis azokat, amelyeknél többször semelyik másik szám sem fordul elő a tömbben)!
4. Legyen adott egy egészekből álló $A[1 : n]$ tömb valamint egy b egész szám. Egy olyan $i, j \in \{1, \dots, n\}$ indexpárt keresünk, melyre $A[i] + A[j] = b$. Hogyan lehet ezt $O(n \log n)$ időben megoldani?
5. Az n méretű (nem feltétlenül rendezett) A tömb elemei különböző pozitív számok. Adjon algoritmust, amely meghatároz egy $1 \leq k \leq n$ számot és kiválaszt k különböző elemet az A tömbből úgy, hogy a kiválasztott elemek összege nem több mint k^3 . Ha nincs ilyen k , akkor az algoritmus jelezze ezt a tényt. Az algoritmus lépésszáma legyen $O(n \log n)$.
6. Adott a síkon n pont, melyek koordinátái $(a_1, b_1), (a_2, b_2), \dots, (a_n, b_n)$. Olyan $P = (x, y)$ pontot keresünk a síkon, amire az $\sum_{i=1}^n (|a_i - x| + |b_i - y|)$ összeg minimális. Adjon algoritmust, amely $O(n \log n)$ lépésben meghatároz egy ilyen P pontot!
7. Adott a számegyenesen n intervallum, $[a_1, b_1], \dots, [a_n, b_n]$. Azt akarjuk tudni, hogy együtt milyen hosszú részt fednek le a számegyenesből (azaz, hogy mennyi az $\cup_{i=1}^n [a_i, b_i]$ összhossza). Adjon $O(n \log n)$ lépéses algoritmust ennek a hosszának a meghatározására!
8. Az $A[1 : n]$ tömb piros és zöld elemeket tartalmaz. Szeretnénk úgy átrendezni, hogy az egyszínű elemek folytonosan helyezkedjenek el (elől az összes piros, utána az összes zöld vagy fordítva). Egy megengedett lépés két szomszédos tömbelem cseréje. Adjon meg egy konstans szorzó erejéig optimális lépésszámú algoritmust!