

Vizsgadolgozat

- Írjuk fel az alábbi definíciót, illetve állítást:
 - Hogyan definiáljuk egy valószínűségi változó szórásnégyzetét?
 - Milyen feltétel esetén, és hogyan fejezhető ki az X és Y valószínűségi változók szorzatának várható értéke $\mathbb{E}(X)$ és $\mathbb{E}(Y)$ segítségével, az előadáson elhangzott állítás szerint?
- Összekeverünk 4 kártyalapot, melyek közül pontosan az egyik piros, majd (lefordíva és) egymásra téve őket magunk elé helyezük a lapokat. Ezek után elkezdünk dobálni egy szabályos érmét. Legfeljebb 4-szer dobunk, de amennyiben egy dobásnál írás az eredmény, megállunk. Végül annyi kártyát húzunk a megkevert lapokból (mindig a felsőt kihúzva), ahány fejet dobtunk.
Mennyi a valószínűsége annak, hogy 4 darab fejet dobtunk, ha tudjuk, hogy a húzott lapok között van piros?
- Egy program egyenletesen véletlenszerűen generál egy egész számot az $[1; 5]$ zárt intervallumban (tehát az intervallumban minden egész szám $1/5$ valószínűséggel adódik kimenetként). Tegyük fel, hogy ezzel a programmal egymástól függetlenül 1000 értéket generálunk, végül pedig összeadjuk a kapott eredményeket.
Közelítőleg mennyi a valószínűsége annak, hogy az összeg 2900 és 3100 közé esik?
- Legyen $X \sim B(10; 0,2)$ binomiális eloszlású valószínűségi változó, továbbá legyen $Y = 3X + 2$ és $Z = 5 - 2X$.
 - Számoljuk ki Y és Z korrelációs együtthatóját.
 - Adjuk meg $Y + Z$ és $Y - Z$ kovarianciamátrixát.
- Legyen (X, Y) folytonos valószínűségi vektorváltozó, aminek együttes sűrűségfüggvénye:

$$f_{X,Y}(x, y) = \begin{cases} 10x^2y & \text{ha } 0 < y < x < 1 \\ 0 & \text{egyébként.} \end{cases}$$

Határozzuk meg X sűrűségfüggvényét, az $\mathbb{E}(Y | X)$ regressziót, illetve az $\mathbb{E}(Y)$ várható értéket.

- * Egy fontos csomagot várunk, melyet a LINK csomagküldő szolgálat kézbesít. A cég késve kézbesíti a rábízott csomagokat, a késésük órában mérve egyenletes eloszlású a $(0; 1)$ intervallumon. Ha nem érkezik meg időben a csomag, kártérítést kapunk, melynek összege x késés esetén tízezer forintban számolva egyenletes eloszlású az $(x - x^2; x)$ intervallumon.
Mennyi a valószínűsége annak, hogy 2500 Ft-nál kevesebb kártérítést kapunk?

Tudnivalók: A vizsga időtartama 100 perc. Számológépet lehet használni. A számszerű megoldásokat 4 értékes jegyre kerekítjük. A teljes pontszám eléréséhez a megoldás menete is szükséges, beleértve az egyes lépéseknél felhasznált tulajdonságok és tételek jelzését. A vizsga első 30 percében nem lehet a termet elhagyni.

