Jelek és rendszerek I.

HÁZI FELADAT VILLAMOSMÉRNÖK SZAKOS HALLGATÓK RÉSZÉRE

Név	Szabó Norbert
Neptun kód	AJD5YL
Házi feladat kódja	fialeb
Beadási határidők:	
	1. rész: 8. oktatási hét
	2. rész: 8. oktatási hét
	3. rész: 13. oktatási hét

Megjegyzések: *A feladatlapot a házi feladat beadásakor mellékelni kell. Ügyeljen az áttekinthető és világos külalakra! A teljes megoldást minden esetben részletesen le kell írni,* ***nem elegendő a végeredményeket közölni!*** *A numerikus számításokra és az ábrák elkészítésére természetesen alkalmazhat számítógépi programokat (MATLAB, DERIVE stb.), de* ***a megoldás elvi lépéseit*** *ekkor is* ***részletesen*** *ismertetni kell; valamint azt is, hogyan alkalmazta az adott programot, mik voltak a kiindulási adatok, és a program eredményeit hogyan használta fel. A házi feladat megoldása NEM kötelező, csak ajánlott. A megoldott házi feladatot EGY alkalommal, a megadott határidőig lehet beadni. A megoldást a gyakorlatvezető értékeli* 1 – 5 *pontig. Ez a pontszám a félévközi jegy részét képezi.* ***A be nem adott házi feladat 0 pontosnak minősül.*** *A #-vel jelölt feladatrészek megoldása nem kötelező, azonban a megoldásuk a tantárgy jobb elsajátítását segíti elő, gyakorlásul szolgál.*

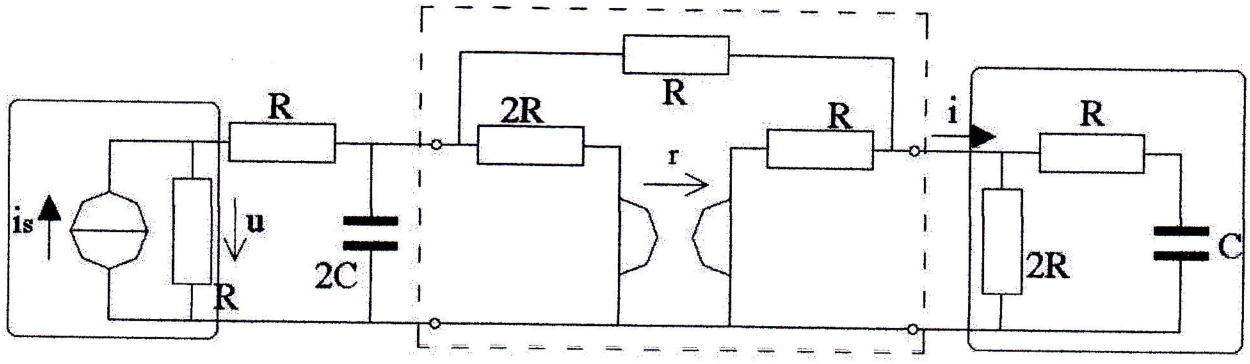
	1. alpont	2. alpont	3. alpont	4. alpont	$\sum$	Javító
1. feladat	2 / 2	1 / 1	2 /2	–	5 / 5	
2. feladat	2 / 2	1 / 1	0,5 / 1	1 / 1	4,5 / 5	
3. feladat	/ 1,5	/ 1,5	/ 1	/ 1	/ 5	
					/ 5*	

* a házi feladat végső pontszáma a két legjobb részfeladat pontszámának számtani közepe.

1. feladat

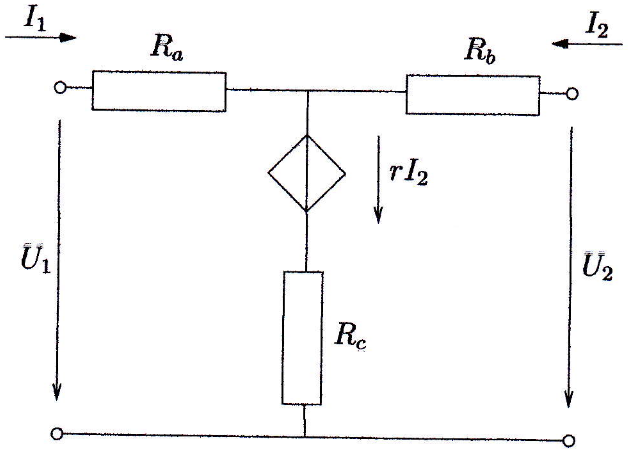
1.1 Határozza meg a szaggatott vonallal határolt kétkapu 3 lehetséges karakterisztikáját! (Részesítse előnyben az **R**, **H**, **A** karakterisztikákat!) (2 pont)

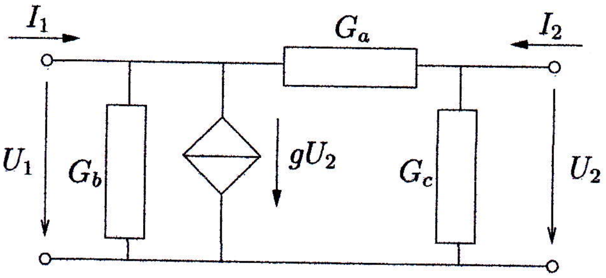
1.2 Állapítsa meg, hogy a kétkapu reciprok, szimmetrikus és passzív-e! (1 pont)



R	C	r	ω	T	A_0
$60k\Omega$	$3pF$	$0.18M\Omega$	$1/(2CR)$	$12CR$	16 mA

1.3 Határozza meg a kétkapu alábbi hibrid **T** helyettesítését vagy amennyiben ez nem lehetséges, úgy határozza meg az alábbi hibrid **Π** helyettesítést (2 pont)





2. feladat

2.1 Vegyen fel állapotváltozókat, és jelölje be referenciairányukat az ábrába! Az ábrán megadott lineáris invariáns hálózat gerjesztése az áramforrás árama, válasza a bejelölt **u** feszültség. Adja meg a hálózat által reprezentált rendszer állapotváltozós leírásának normál alakját! Válasszon egy koherens egységrendszert, adja meg az állapotváltozós leírást ezekre az egységekre vonatkozó számértékekkel! A további feladatrészekben is használja ezt az egységrendszert! (2 pont)

2.2 Határozza meg az állapotváltozós leírásból a sajátértékeket! Döntse el, aszimptotikusan stabilis-e a rendszer! (1 pont)

2.3 Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer impulzusválaszát (súlyfüggvényét), és vázolja fel az eredményt! Gerjesztés-válasz stabilis-e a rendszer? (1 pont)

2.4 Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer ugrásválaszát (átmeneti függvényét), és vázolja fel az eredményt! (1 pont)

2.5 # Az időtartományban végzett analízissel határozza meg a hálózat által reprezentált rendszer válaszát, és vázolja az eredményt, ha a gerjesztés

$$A_0\varepsilon(t-T)(1-e^{-(t-0,5T)/T})$$

3. feladat

3.1 Az ábrán megadott lineáris invariáns hálózat gerjesztése az áramforrás árama, válasza a bejelölt **u** feszültség. Határozza meg a rendszer átviteli karakterisztikáját ($j\omega$ rendezett polinomjainak hányadosaként)! (1,5 pont)

3.2 Rajzolja fel az átviteli karakterisztika Bode- és Nyquist-diagramját! (A diagramok csak akkor fogadhatóak el, ha tetszőleges körfrekvenciához tartozó amplitúdó- és fázis-karakterisztika érték ezekről közelítőleg leolvasható.) A Nyquist-diagramon jelölje be a 3.3 pontbeli körfrekvenciához tartozó átviteli karakterisztika vektort, továbbá adja meg a mindkét diagramról leolvasott amplitúdó- és fáziskarakterisztika értéket! (1,5 pont)

3.3 Határozza meg a válasz csúcsértékét és kezdőfázisát, adja meg az időfüggvényt, ha a gerjesztés (1 pont)

$$A_0\cos(\omega t-15°)$$

3.4 Határozza meg a válasz által kijelölt (az ábrában folytonos vonallal bekarikázott) kétpólus hatásos és meddő teljesítményét, valamint teljesítmény-tényezőjét! (1 pont)

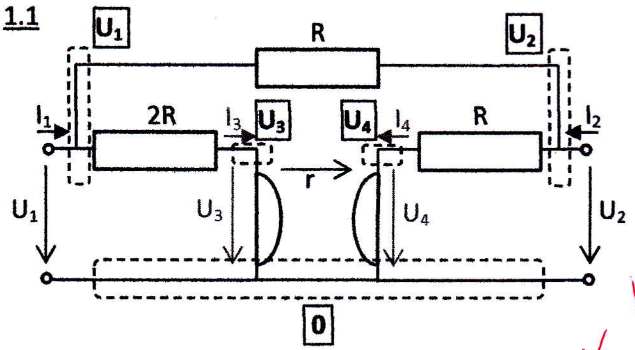
3.5 # Határozza meg a kijelölt kétpólushoz csatlakozó hálózat **Norton** ekvivalensét, illetve amennyiben ezt nem lehetséges meghatározni, adja meg a másik ekvivalenst!

Szabó Norbert

AJD5YL

Jelek és rendszerek házi feladat

1.1



R = 60 kΩ = 60 000 Ω

r = 0,18 MΩ = 180 000 Ω

Girátor karakterisztikája: $U_4 = r \cdot I_3 \qquad U_3 = -r \cdot I_4$

Csomóponti egyenletek: $U_1 \rightarrow \; I_1 = \frac{U_1 - U_3}{2R} + \frac{U_1 - U_2}{R} \qquad U_3 \rightarrow \; I_3 = \frac{U_1 - U_3}{2R} = \frac{U_1 + r \cdot I_4}{2R}$

$$U_2 \rightarrow \; I_2 = \frac{U_2 - U_4}{R} + \frac{U_2 - U_1}{R} \qquad U_4 \rightarrow \; I_4 = \frac{U_2 - U_4}{R} = \frac{U_2 - rI_3}{R} = \frac{U_2 - r\frac{U_1 - U_3}{2R}}{R} = \frac{U_2 - r\frac{U_1 + rI_4}{2R}}{R} = \frac{U_2}{R} - \frac{rU_1}{2R^2} - \frac{r^2 I_4}{2R^2}$$

$$\frac{r^2 I_4}{2R^2} + I_4 = \frac{U_2}{R} - \frac{rU_1}{2R^2} \longrightarrow I_4 = \frac{\frac{2RU_2 - rU_1}{2R^2}}{\frac{2R^2 + r^2}{2R^2}} = \frac{\mathbf{2RU_2 - rU_1}}{\mathbf{2R^2 + r^2}} \qquad I_3 = \frac{U_1 + r \cdot I_4}{2R} = \frac{U_1 + r\frac{2RU_2 - rU_1}{2R^2 + r^2}}{2R} = \frac{U_1(2R^2 + r^2) + 2RrU_2 - r^2 U_1}{(2R^2 + r^2)2R} = \frac{\mathbf{RU_1 + rU_2}}{\mathbf{2R^2 + r^2}}$$

$$I_1 = \frac{U_1 + r\frac{2RU_2 - rU_1}{2R^2 + r^2}}{2R} + \frac{U_1 - U_2}{R} = \left(\frac{1}{2R} + \frac{-r^2}{(2R^2 + r^2)2R} + \frac{1}{R}\right) U_1 + \left(\frac{\cancel{2R}\, r}{(2R^2 + r^2)\cancel{2R}} - \frac{1}{R}\right) U_2 \qquad G_{11} = \frac{1}{55\,000}\frac{1}{\Omega} \qquad G_{12} = -\frac{1}{82\,500}\frac{1}{\Omega}$$

$$I_2 = \frac{U_2 - r\frac{RU_1 + rU_2}{2R^2 + r^2}}{R} + \frac{U_2 - U_1}{R} = \left(\frac{-r\,\cancel{R}}{\cancel{R}(2R^2 + r^2)} - \frac{1}{R}\right) U_1 + \left(\frac{1}{R} - \frac{r^2}{R(2R^2 + r^2)} + \frac{1}{R}\right) U_2 \qquad G_{21} = -\frac{7}{330\,000}\frac{1}{\Omega} \qquad G_{22} = \frac{13}{660\,000}\frac{1}{\Omega}$$

Az impedancia karakterisztika (R) megadásához először hozzáadom az első egyenlet 13/8-át a másodikhoz, így U_2 kiesik.

$$\frac{13}{8} I_1 + I_2 = \left(\frac{13}{8} \cdot \frac{1}{55\,000}\frac{1}{\Omega} - \frac{7}{330\,000}\frac{1}{\Omega}\right) U_1 \longrightarrow U_1 = 195\,000\,\Omega \cdot I_1 + 120\,000\,\Omega \cdot I_2 \qquad \boldsymbol{R_{11} = 195\,000\,\Omega} \qquad \boldsymbol{R_{12} = 120\,000\,\Omega}$$

Második lépésben az első egyenlet 7/6-át adom hozzá a másodikhoz (U_1 kiesik).

$$\frac{7}{6} I_1 + I_2 = \left(\frac{7}{6} \cdot \frac{-1}{82\,500}\frac{1}{\Omega} + \frac{13}{660\,000}\frac{1}{\Omega}\right) U_2 \longrightarrow U_2 = 210\,000\,\Omega \cdot I_1 + 180\,000\,\Omega \cdot I_2 \qquad \boldsymbol{R_{21} = 210\,000\,\Omega} \qquad \boldsymbol{R_{22} = 180\,000\,\Omega}$$

Hibrid karakterisztika (H): az első egyenletet az admittancia, a második egyenletet az impedancia karakterisztikából érdemes számolni.

$$I_1 = \frac{1}{55\,000}\frac{1}{\Omega} \cdot U_1 - \frac{1}{82\,500}\frac{1}{\Omega} \cdot U_2 \longrightarrow U_1 = 55\,000\,\Omega \cdot I_1 + \frac{2}{3} U_2 \qquad \boldsymbol{H_{11} = 55\,000\,\Omega} \qquad \boldsymbol{H_{12} = \frac{2}{3}}$$

$$U_2 = 210\,000\,\Omega \cdot I_1 + 180\,000\,\Omega \cdot I_2 \longrightarrow I_2 = -\frac{7}{6} I_1 + \frac{1}{180\,000}\frac{1}{\Omega} \cdot U_2 \qquad \boldsymbol{H_{21} = -\frac{7}{6}} \qquad \boldsymbol{H_{22} = \frac{1}{180\,000}\frac{1}{\Omega}}$$

Lánc karakterisztika (A): ennél lánc referenciairányt használunk (I_2 ellentétes irányú)!

$$I_2 = -\frac{7}{330\,000}\frac{1}{\Omega} \cdot U_1 + \frac{13}{660\,000}\frac{1}{\Omega} \cdot U_2 \longrightarrow U_1 = \frac{13}{14} U_2 + \frac{330\,000}{7}\frac{1}{\Omega} \cdot I_2 \text{ (} I_2 \text{ megfordult!)} \qquad \boldsymbol{A_{11} = \frac{13}{14}} \qquad \boldsymbol{A_{12} = \frac{330\,000}{7}\,\Omega}$$

$$U_2 = 210\,000\,\Omega \cdot I_1 + 180\,000\,\Omega \cdot I_2 \longrightarrow I_1 = \frac{1}{210\,000}\frac{1}{\Omega} \cdot U_2 + \frac{6}{7} I_2 \text{ (} I_2 \text{ megfordult!)} \qquad \boldsymbol{A_{21} = \frac{1}{210\,000}\frac{1}{\Omega}} \qquad \boldsymbol{A_{22} = \frac{6}{7}}$$

1.2

A kétkapu **nem reciprok**, mert $R_{12} \neq R_{21}$; és **nem szimmetrikus**, mert nem reciprok (valamint $R_{11} \neq R_{22}$).

Passzivitás vizsgálata: $R_{11} \geq 0$ *igaz*; $R_{22} \geq 0$ *igaz*; $4R_{11}R_{22} \geq (R_{12} + R_{21})^2$

$$4 \cdot 195\,000 \cdot 180\,000 \geq (120\,000 + 210\,000)^2$$

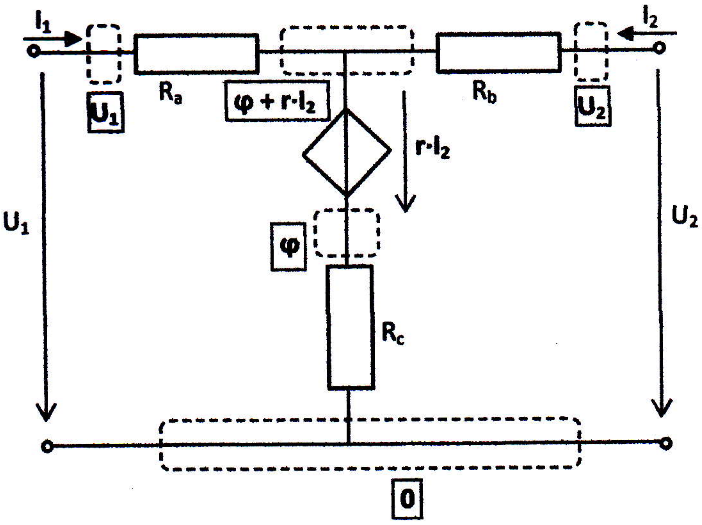
$$1404 \cdot 10^8 \geq 1089 \cdot 10^8 \quad igaz$$

A kétkapu biztosan passzív!

Szabó Norbert

Jelek és rendszerek házi feladat

AJD5YL



1.3

Hibrid T helyettesítés:

Csomóponti egyenletek:

$$\frac{\varphi - 0}{R_c} = I_1 + I_2 \rightarrow \varphi = (I_1 + I_2) R_c$$

$$\frac{U_1 - (\varphi + r \cdot I_2)}{R_a} = I_1 = \frac{U_1 - ((I_1 + I_2) R_c + r \cdot I_2)}{R_a} = \frac{U_1 - (R_c + r) \cdot I_2}{R_a + R_c}$$

$$\boldsymbol{U_1 = (R_a + R_c) \cdot I_1 + (R_c + r) \cdot I_2}$$ √

$$\frac{U_2 - (\varphi + r \cdot I_2)}{R_b} = I_2 = \frac{U_2 - ((I_1 + I_2) R_c + r \cdot I_2)}{R_b} = \frac{U_2 - R_c \cdot I_1}{R_b + R_c + r}$$

$$\boldsymbol{U_2 = R_c \cdot I_1 + (R_b + R_c + r) \cdot I_2}$$ √

Az impedancia karakterisztika alapján:

$$\boldsymbol{R_c = R_{21} = 210\,000\,\Omega}$$ √
$$\boldsymbol{R_a = R_{11} - R_{21} = -15\,000\,\Omega}$$ √
$$\boldsymbol{r = R_{12} - R_{21} = -90\,000\,\Omega}$$ √
$$\boldsymbol{R_b = R_{22} - R_{12} = 60\,000\,\Omega}$$ √

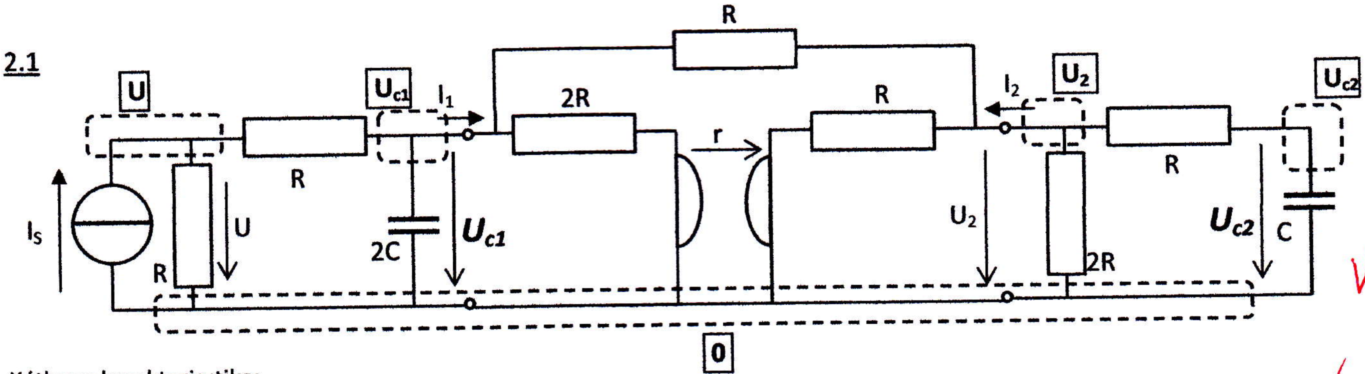
Létezik impedancia karakterisztika, ezért a hibrid T helyettesítés lehetséges. √

Szabó Norbert

AJD5YL

Jelek és rendszerek házi feladat

2.1



Kétkapu karakterisztika:

$I_1 = \frac{1}{55\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} - \frac{1}{82\,500\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2 \qquad I_2 = -\frac{7}{330\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} + \frac{13}{660\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2$ $\qquad C = 3\cdot 10^{-12}\,F; \qquad R = 60\,000\,\Omega$

Csomópontok:

$I_S = \frac{U-U_{c1}}{R} + \frac{U}{R} \qquad I_1 = -2C\cdot U'_{c1} - \frac{U_{c1}-U}{R} \qquad I_2 = -\frac{U_2}{2R} - \frac{U_2-U_{c2}}{R} \qquad C\cdot U'_{c2} = \frac{U_2-U_{c2}}{R}$

Állapotváltozók: U_{c1}, U_{c2}

$$I_2 = \frac{-U_2}{2R} - \frac{U_2-U_{c2}}{R} = \frac{-7}{330\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} + \frac{13}{660\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2$$

$$\frac{-U_2}{2R} - \frac{U_2}{R} - \frac{13}{660\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2 = \frac{-7}{330\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} - \frac{U_{c2}}{R}$$

$$U_2 = \frac{\frac{-7}{330\,000\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} - \frac{U_{c2}}{R}}{\frac{-1}{2R} - \frac{1}{R} - \frac{13}{660\,000\,\Omega}\frac{1}{}} = \frac{28}{59}U_{c1} + \frac{22}{59}U_{c2}$$

$$C\cdot U'_{c2} = \frac{U_2-U_{c2}}{R} = \frac{\frac{28}{59}U_{c1}+\frac{22}{59}U_{c2}-U_{c2}}{R} \qquad I_S = \frac{U-U_{c1}}{R} + \frac{U}{R}$$

$$\boxed{U'_{c2} = \frac{28}{59RC}U_{c1} - \frac{37}{59RC}U_{c2}} \qquad \boxed{U = \frac{R}{2}I_S + \frac{1}{2}U_{c1}}$$

$$I_1 = \frac{1}{55\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} - \frac{1}{82\,500\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2 = -2C\cdot U'_{c1} - \frac{U_{c1}-U}{R} = -2C\cdot U'_{c1} - \frac{U_{c1}-\frac{R\cdot I_S+U_{c1}}{2}}{R}$$

$$\frac{-1}{55\,000\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c1} + \frac{1}{82\,500\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_2 - \frac{U_{c1}-\frac{R\cdot I_S+U_{c1}}{2}}{R} = 2C\cdot U'_{c1}$$

$$\left(-\frac{11}{885\,000\,\Omega}\frac{1}{} - \frac{1}{2R}\right)\cdot U_{c1} + \frac{1}{221\,250\,\Omega}\frac{1}{}\cdot U_{c2} + \frac{1}{2}I_S = 2C\cdot U'_{c1}$$

$$\boxed{U'_{c1} = \left(-\frac{11}{885\,000\Omega\cdot 2C} - \frac{1}{4RC}\right)\cdot U_{c1} + \frac{1}{221\,250\Omega\cdot 2C}\cdot U_{c2} + \frac{1}{4C}\cdot I_S}$$

<u>Az állapotváltozós leírás normál alakja:</u>

$$U'_{c1} = -3\,460\,452\frac{1}{s}\cdot U_{c1} + 753\,296\frac{1}{s}\cdot U_{c2} + 8{,}3333\cdot 10^{10}\frac{\Omega}{s}\cdot I_S$$

$$U'_{c2} = 2\,636\,535\frac{1}{s}\cdot U_{c1} - 3\,483\,992\frac{1}{s}\cdot U_{c2}$$

$$U = \frac{R\cdot I_S+U_{c1}}{2} = \frac{1}{2}U_{c1} + 30\,000\Omega\cdot I_S$$

$$\underline{A} = \begin{bmatrix} -3\,460\,452\frac{1}{s} & 753\,296\frac{1}{s} \\ 2\,636\,535\frac{1}{s} & -3\,483\,992\frac{1}{s} \end{bmatrix} \quad \underline{B} = \begin{bmatrix} 8{,}3333\cdot 10^{10}\frac{\Omega}{s} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \underline{C}^T = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} \quad D = 30\,000\Omega$$

2.2

Karakterisztikus egyenlet: $\det(\lambda\underline{E} - \underline{A}) = 0$

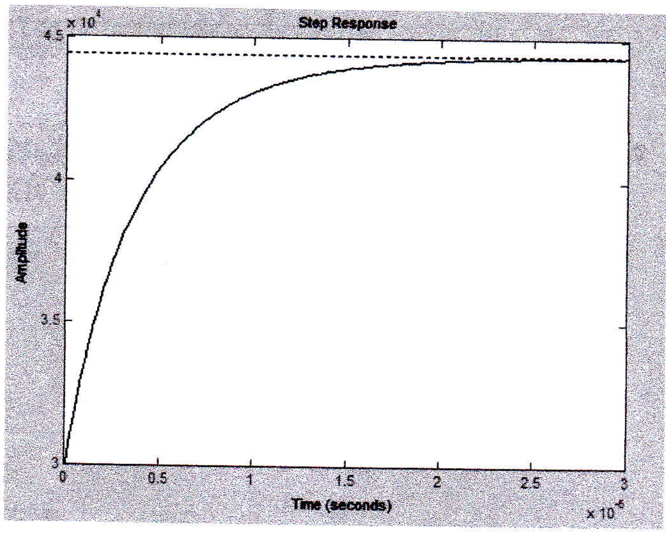
$$\begin{vmatrix} \lambda + 3\,460\,452\frac{1}{s} & -753\,296\frac{1}{s} \\ -2\,636\,535\frac{1}{s} & \lambda + 3\,483\,992\frac{1}{s} \end{vmatrix} = \left(\lambda + 3\,460\,452\tfrac{1}{s}\right)\left(\lambda + 3\,483\,992\tfrac{1}{s}\right) - \left(-753\,296\tfrac{1}{s}\right)\left(-2\,636\,535\tfrac{1}{s}\right) = 0$$

$$\lambda_1 = -4\,881\,560\frac{1}{s};\ \lambda_2 = -2\,062\,890\frac{1}{s}$$

A rendszer sajátértékeinek valós része negatív, tehát **<u>a rendszer aszimptotikusan stabilis</u>**!

Szabó Norbert
AJD5YL

Jelek és rendszerek házi feladat



2.4 Ugrásválasz:

MATLAB használatával:

>>A=[-3460452 753296;2636535 -3483992]

>>B=[83333333333;0]

>>C=[0.5 0]

>>D=30000

Sajátértékek és sajátvektorok kiszámítása:

>>[S,LA]=eig(A)

$$S = \begin{matrix} 0.4745 & -0.4683 \\ 0.8803 & 0.8835 \end{matrix} \qquad LA = \begin{matrix} -2.0629 \cdot 10^6 & 0 \\ 0 & -4.8816 \cdot 10^6 \end{matrix}$$

1. Szabad összetevő:

$$x_f(t) = M_1 \cdot s_1 \cdot e^{\lambda_1 t} + M_2 \cdot s_2 \cdot e^{\lambda_2 t}$$

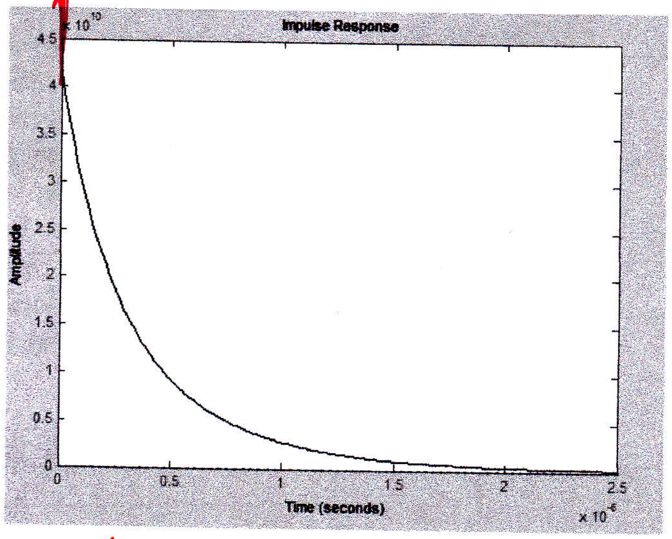
2. Gerjesztett összetevő (Konstans próbafüggvény: U=ε(t) miatt):

$$0 = \underline{A}\,\underline{x}_g + \underline{B} \cdot 1 \quad \rightarrow \quad \underline{x}_g = \underline{A}^{-1}\,(-\underline{B})$$

>>XG=inv(A)*(-B)

$$x_g = \begin{matrix} 28\,831 \\ 21\,818 \end{matrix}$$

Dirac impulzust is kellett volna rajzolni!



3. Kezdeti feltétel (U=ε(t) miatt x(0)=0):

$$\underline{x}(\pm 0) = \underline{0} = M_1 \cdot \underline{s_1} \cdot e^0 + M_2 \cdot \underline{s_2} \cdot e^0 \quad \rightarrow \quad M = \underline{S}^{-1}\,(-\underline{x}_g)$$

>>M=inv(S)*(-XG)

$$M = \begin{matrix} -42\,926 \\ 18\,073 \end{matrix}$$

>>XF=S*diag(M)

$$x_f = \begin{matrix} -20\,367 & -8\,464 \\ -37\,786 & 15\,968 \end{matrix}$$

4. Válasz:

>>YF=C*XF

$$y_f = -10\,183 \quad -4\,232$$

>>YG=C*XG+D

$$y_g = 44\,416$$

$$\boldsymbol{g(t) = \varepsilon(t) \cdot (-10\,183 \cdot e^{-2.0629 \cdot 10^6 t} - 4\,232 \cdot e^{-4.8816 \cdot 10^6 t} + 44\,416)}$$

Ugrásválasz dimenziója: Ω

2.3 Impulzusválasz (az ugrásválasz általánosított deriváltja):

$$h(t) = g'(t) \cdot \varepsilon(t) + g(+0) \cdot \delta(t)$$

$$h(t) = \left(10\,183 \cdot 2.0629 \cdot 10^6 \cdot e^{-2.0629 \cdot 10^6 t} + 4\,232 \cdot 4.8816 \cdot 10^6 \cdot e^{-4.8816 \cdot 10^6 t}\right) \cdot \varepsilon(t) + (-10183 - 4232 + 44416) \cdot \delta(t)$$

$$\boldsymbol{h(t) = \left(21.0065 \cdot 10^9 \cdot e^{-2.0629 \cdot 10^6 t} + 20.6589 \cdot 10^9 \cdot e^{-4.8816 \cdot 10^6 t}\right) \cdot \varepsilon(t) + 30\,001 \cdot \delta(t)}$$

Impulzusválasz dimenziója: $\frac{\Omega}{s}$

Egy rendszer Gerjesztés-Válasz stabilis akkor és csak akkor, ha az impulzusválasz abszolút integrálható: $\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)|\, dt < \infty$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \left| \left(10\,183 \cdot 2.0629 \cdot 10^6 \cdot e^{-2.0629 \cdot 10^6 t} + 4\,232 \cdot 4.8816 \cdot 10^6 \cdot e^{-4.8816 \cdot 10^6 t}\right) \cdot \varepsilon(t) + 30\,001 \cdot \delta(t) \right| \, dt =$$

$$= \int_0^{\infty} \left| \left(10\,183 \cdot 2.0629 \cdot 10^6 \cdot e^{-2.0629 \cdot 10^6 t} + 4\,232 \cdot 4.8816 \cdot 10^6 \cdot e^{-4.8816 \cdot 10^6 t}\right) \right| \, dt + 30\,001 = 44\,416$$

<u>Tehát a rendszer G-V stabilis!</u>