

7. CF pumpálás, Turing-gépek

1. Környezetfüggetlenek-e az alábbi nyelvek?
  - a)  $\{a^n b^k a^k b^n : k, n \geq 1\}$
  - b)  $\{a^n b^k a^n b^k : k, n \geq 1\}$
2. Az Ogden-lemma segítségével mutassa meg, hogy az  $\{a^i b^{i+k} a^k : i \neq k, i, k \geq 1\}$  nyelv nem CF.
3. Mutassa meg, hogy ha  $L_1$  környezetfüggetlen és  $L_2$  reguláris nyelv, akkor
  - a)  $L_1 \cap L_2$  mindig környezetfüggetlen
  - b) van olyan eset, hogy  $L_1 \cap L_2$  nem reguláris!
4. Általánosítsuk a veremautomatát, és engedjük meg, hogy egy veremautomatának egyszerre több verme is legyen. Igaz-e, hogy ha egy  $L$  nyelvet egy  $k$ -vermes ( $k > 1$ ) automata el tud fogadni, akkor van  $L$ -hez egy vermű automata is?
5. A 2 szalagos  $M$  Turing-gép átmeneti függvényét a következő táblázat írja le, ahol  $\ddot{u}$  jelöli a szalagon az üres jelet (és  $q_0$  a kezdőállapotot):

állapot	1. szalag	2. szalag	1. szalag	2. szalag	új állapot
$q_0$	0	$\ddot{u}$	0 H	X J	$q_1$
	1	$\ddot{u}$	1 H	X J	$q_1$
	$\ddot{u}$	$\ddot{u}$	$\ddot{u}$ H	$\ddot{u}$ H	$q_5$
$q_1$	0	$\ddot{u}$	0 J	0 J	$q_1$
	1	$\ddot{u}$	1 J	1 J	$q_1$
	$\ddot{u}$	$\ddot{u}$	$\ddot{u}$ H	$\ddot{u}$ B	$q_2$
$q_2$	$\ddot{u}$	0	$\ddot{u}$ H	0 B	$q_2$
	$\ddot{u}$	1	$\ddot{u}$ H	1 B	$q_2$
	$\ddot{u}$	X	$\ddot{u}$ B	X J	$q_3$
$q_3$	0	0	0 H	0 J	$q_4$
	1	1	1 H	1 J	$q_4$
$q_4$	0	0	0 B	0 H	$q_3$
	0	1	0 B	1 H	$q_3$
	1	0	1 B	0 H	$q_3$
	1	1	1 B	1 H	$q_3$
	0	$\ddot{u}$	0 H	$\ddot{u}$ H	$q_5$
	1	$\ddot{u}$	1 H	$\ddot{u}$ H	$q_5$

- a) Mi a 2. szalag tartalma amikor a gép  $q_2$  állapotba kerül?
- b) Mi az  $L(M)$  nyelv, ha  $q_5$  az egyetlen elfogadó állapot?