

Név: JAVÍTÓ	1. példa:	JEGY
NEPTUN:	2. példa:	
Aláírás:	Összpont:	

Csak **EGÉSZ PONTSZÁM** adható!

1. példa. Egy $a = 4$ cm sugarú, $Q = 30$ nC töltésű fémgömböt egyenletes $b = 5$ mm vastagságú, $\varepsilon_r = 1,4$ relatív permittivitású szigetelő réteg borít be. A közeg ezen kívül levegő.

a. Adja meg a felületi töltéssűrűséget a fémgömb felszínén. (2 p.)

$$\sigma = \frac{Q}{4\pi a^2} = 1,49 \mu\text{C}/\text{m}^2 \quad (2 \text{ p.})$$

b. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát a gömb középpontjától $r = 6$ cm távolságban. (2 p.)

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} = 74,9 \text{ kV}/\text{m} \quad (2 \text{ p.})$$

c. Mekkora a feszültség a fémgömb felszíne és a szigetelő borítás külső felszíne között? (2 p.)

$$U_1 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{a+b} \right) = 535 \text{ V} \quad (2 \text{ p.})$$

d. Mekkora a feszültség a szigetelő borítás külső felszíne és a végtelen távoli pont között? (2 p.)

$$U_2 = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{a+b} = 5,99 \text{ kV} \quad (2 \text{ p.})$$

e. Mekkora a fémgömb (végtelen távoli pontra vonatkoztatott) kapacitása? (2 p.)

$$C = \frac{Q}{U_1 + U_2} = 4,60 \text{ pF} \quad (2 \text{ p.})$$

2. példa. Egy $R = 40$ cm sugarú, igen vékony körgyűrűn $Q = 60$ nC töltés helyezkedik el egyenletes eloszlásban. A közeg levegő. Legyen a z tengely merőleges a körgyűrű síkjára, továbbá a tengely origója essen a körgyűrű középpontjába.

a. Határozza meg a potenciált a körgyűrű középpontjában ($z = 0$), ha a végtelenben a potenciál zérus. (2 p.)

$$\varphi(0) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R} = 1,35 \text{ kV} \quad (2 \text{ p.})$$

b. Határozza meg az elektromos térerősség nagyságát a z tengely mentén a $z = 30$ cm koordinátájú pontban. (2 p.)

$$dE_z = \frac{z}{r} \frac{dQ}{4\pi\varepsilon_0 r^2}, \quad r^2 = z^2 + R^2 \quad (1 \text{ p.})$$

$$E_z = \int dE_z = \frac{zQ}{4\pi\varepsilon_0 r^3} = 1,29 \text{ kV}/\text{m} \quad (1 \text{ p.})$$

c. Becsülje meg a feszültséget a z tengely $z_1 = 3$ m és $z_2 = 3,1$ m koordinátájú pontjai között. (2 p.)

Akár a b) pont szerint, akár ponttöltéssel közelítve:

$$E_z(3 \text{ m}) \approx 58 \text{ V}/\text{m} \quad (1 \text{ p.})$$

$$U \approx \Delta z E_z(3 \text{ m}) \approx 5,8 \text{ V} \quad (1 \text{ p.})$$

d. Becsülje meg a térerősség nagyságát a körgyűrű síkjában, a gyűrű középpontjától $h = 5$ m távolságban. (2 p.)

Ponttöltéssel helyettesítve:

$$E \approx \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 h^2} = 21,6 \text{ V}/\text{m} \quad (2 \text{ p.})$$

e. Hol maximális a térerősség nagysága a z tengely mentén? (2 p.)

A b) eredmény alapján szélsőértékszámítással:

$$\frac{d}{dz} \left(\frac{z}{(z^2 + R^2)^{3/2}} \right) = 0 \quad (1 \text{ p.})$$

$$z = \frac{R}{\sqrt{2}} = 28,3 \text{ cm} \quad (1 \text{ p.})$$