| Villamosmérnök alapszak Fizika2<br>Pót-nagy zárthelyi, 2018. május 3. | 1. | 2. | 3. | 4. | E1. | E2. | Mondat | Összes |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | | | |

NÉV: SARKADI TAMÁS

Neptun kód: ____________

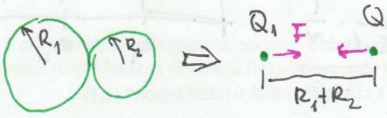
Előadó: Márkus / Sarkadi-Barócsi

1. Adott két homogén térfogati töltéssűrűséggel rendelkező gömb. Az egyik sugara $R_1$, töltéssűrűsége $\rho$, míg a másik sugara $R_2$, töltéssűrűsége $-\rho$. A gömbök épp összeérnek, de töltésmozgást nem tapasztalunk, mert a gömbök szigetelő anyagból vannak.

a) Mekkora elektromos erővel hatnak egymásra a gömbök? (1)

· A két gömbszimmetrikus töltéselrendezés helyettesíthető ponttöltésekkel:

$$Q_1 = \frac{4}{3}R_1^3\pi\varrho \qquad Q_2 = -\frac{4}{3}R_2^3\pi\varrho$$




$$|F| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1Q_2}{r^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{\frac{4}{3}R_1^3\pi\varrho\cdot\frac{4}{3}R_2^3\pi\cdot\varrho}{(R_1+R_2)^2}$$

$$\boxed{|F| = \frac{4\pi\varrho^2R_1^3R_2^3}{9\varepsilon_0\cdot(R_1+R_2)^2}}$$

b) Határozza meg az $R_1$ sugarú gömb $U(r)$ potenciálterét a gömbön kívül, a gömb középpontjától mért $r$ távolság függvényében úgy, mintha az $R_2$ sugarú gömb nem lenne ott! (1)


$$U_{(r)} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{Q_1}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{4}{3}R_1^3\cdot\pi\cdot\varrho\cdot\frac{1}{r} =$$

$$\boxed{U_{(r)} = \frac{\varrho R_1^3}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r}}$$

c) Mennyi munkavégzés árán lehetne a két gömböt egymástól igen nagy távolságra eltávolítani? (1)

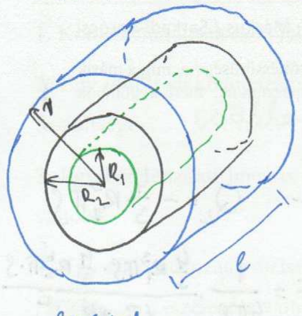

A $Q_1$ erőterében mozgatjuk a $Q_2$ töltést.

$$W = Q_2\cdot\Delta U = Q_2\cdot\left(U_{(\infty)} - U_{(R_1+R_2)}\right) = -\frac{4}{3}R_2^3\pi\varrho\left(0 - \frac{\varrho R_1^3}{3\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{R_1+R_2}\right) =$$

$$\boxed{W = \frac{4\pi\varrho^2R_1^3R_2^3}{9\varepsilon_0(R_1+R_2)}}$$

2. Egy $l$ hosszúságú, $R_1$ sugarú egyenes vezetéket $Q$ töltéssel látunk el. A vezetéket $R_2$ sugarú, $\varepsilon_r$ relatív dielektromos állandójú szigetelés veszi körül.

a) Határozza meg az elektromos térerősség $E(r)$ nagyságát a szigetelésben a vezeték tengelyétől mért $r$ távolság függvényében! (1,5) Feltételezzük, hogy a vezeték hossza lényegesen nagyobb, mint a sugara.




Gauss-felület: henger

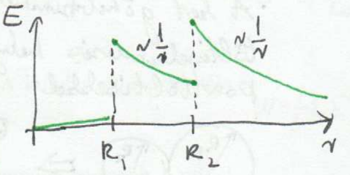
Szigetelésen kívül: $r > R_2$

$$\frac{Q}{\varepsilon_0} = \oint \bar{E}\,d\bar{A} = \underbrace{\int \bar{E}\,d\bar{A}}_{\substack{\text{alapok} \\ \bar{E} \perp d\bar{A}}} + \underbrace{\int \bar{E}\,d\bar{A}}_{\substack{\text{palást} \\ \bar{E} \parallel d\bar{A}}} = 0 + E \cdot A_{palást} = E \cdot 2r\pi \cdot l \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \boxed{E_{1(r)} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 l} \cdot \frac{1}{r}}$$

Szigetelésen belül: $R_1 < r < R_2$

$$E_{2(r)} = \frac{E_{(1)}}{\varepsilon_r} = \boxed{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l} \cdot \frac{1}{r}}$$




b) Mekkora potenciálkülönbség mérhető a vezeték felszíne, valamint a szigetelés külső felülete között? (1,5)

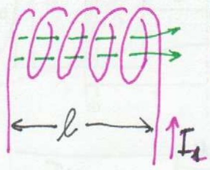
$$U = -\int_{R_2}^{R_1} \bar{E}\,d\bar{r} = -\int_{R_2}^{R_1} \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l} \cdot \frac{1}{r}\,dr = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l} \cdot \Big[\ln r\Big]_{R_1}^{R_2} =$$

$$\boxed{U = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r l} \ln\frac{R_2}{R_1}}$$

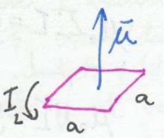
## Villamosmérnök alapszak Fizika2 pót nagy zárthelyi, 2018. május 3.

3. Adott egy $N$ menetszámú, $l$ hosszúságú szolenoid tekercs, melyben $I_1$ áram folyik. A tekercs középpontjában elhelyezünk egy kicsiny $a$ oldalhosszúságú négyzetes vezető keretet, melyben $I_2$ áram folyik. A keret síkjának normálvektora merőleges a tekercs tengelyére.

a) Mekkora a tekercsben folyó $I_1$ áram által keltett mágneses indukcióvektor nagysága? (0,5) Mekkora a keret mágneses momentuma? (0,5)

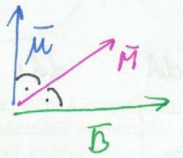



$$\boxed{B=\frac{\mu_0 N I_1}{l}}$$




$$\mu = I_2 A = \boxed{I_2 \cdot a^2}$$

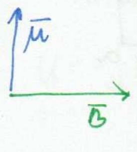
b) Vektorábrán szemléltesse a tekercs terének indukcióvektorát, valamint a keret mágneses momentumának vektorát! (0,5) Mekkora nagyságú forgatónyomaték hat a vezető keretre? (0,5)

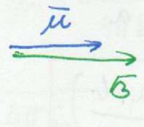



$$\bar{M}=\bar{\mu}\times\bar{B} \qquad \bar{\mu}\perp\bar{B} \Rightarrow M=\mu\cdot B = I_2 a^2\cdot\frac{\mu_0 I_1 N}{l}$$

$$\boxed{M=\frac{\mu_0 I_1 I_2 N\cdot a^2}{l}}$$

c) Mennyi munkát képes végezni a vezető keret, ha hagyjuk elfordulni stabil egyensúlyi helyzetéig? (1)

① 

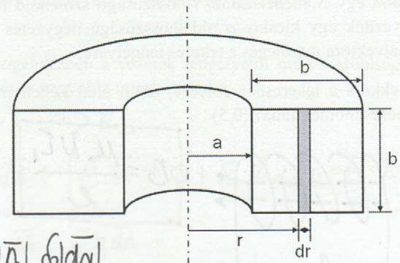

② 


$$\mathcal{E}_{pot1} = -\bar{\mu}\bar{B} = |\bar{\mu}||\bar{B}|\underbrace{\cos 90^\circ}_{0} \qquad \mathcal{E}_{pot2} = -\bar{\mu}\bar{B} = |\bar{\mu}||\bar{B}|\underbrace{\cos 0^\circ}_{1}$$

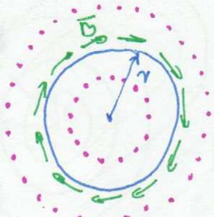
$$\mathcal{E}_{pot1}=0 \qquad \mathcal{E}_{pot2}=-|\bar{\mu}||\bar{B}|$$

$$W=\mathcal{E}_{pot1}-\mathcal{E}_{pot2}=0-\left(-|\bar{\mu}||\bar{B}|\right)=I_2 a^2\cdot\frac{\mu_0 I_1 N}{l}=\boxed{\frac{\mu_0 I_1 I_2 N a^2}{l}}$$

4. Adott az ábra szerinti négyzetes keresztmetszetű toroid tekercs. (Az ábra a tekercs keresztmetszeti képét ábrázolja) A tekercs $N$ menetű, és $I$ áram járja át.




a) Határozza meg a tekercs belsejében mérhető mágneses indukció nagyságát a tekercs tengelyétől mért $r$ távolság függvényében! (1)




Zárt görbe: kör

$$\underbrace{\mu_0 \sum I}_{\mu_0 N I} = \oint \bar{B}\, d\bar{r}$$

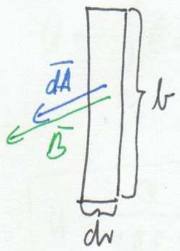
$$\mu_0 N I = \oint |\bar{B}||d\bar{r}| = |\bar{B}| \oint |d\bar{r}|$$

Mert: $\bar{B} \parallel d\bar{r}$ Forgásszimmetria miatt

$$\mu_0 N I = |\bar{B}| \oint |d\bar{r}| = |\bar{B}| \cdot 2r\pi \Rightarrow \boxed{B_{(r)} = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r}}$$

Körkerülete

b) Határozza meg a mágneses indukció $d\phi$ fluxusát az ábrán szürke színnel jelölt keskeny $dr$ szélességű sávra vonatkoztatva, ha tudjuk, hogy a sáv $r$ távolságra található a tekercs tengelyétől! (1)




$d\phi = \bar{B}\, d\bar{A}$ Mivel $\bar{B} \parallel d\bar{A}$: $d\phi = B \cdot dA$ $\quad dA = b \cdot dr$

$$d\phi = \frac{\mu_0 N I}{2\pi r} \cdot b \cdot dr = \boxed{\frac{\mu_0 I N b}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} dr}$$

c) Mekkora a mágneses indukció fluxusa a tekercs teljes keresztmetszetére vonatkoztatva? (1)

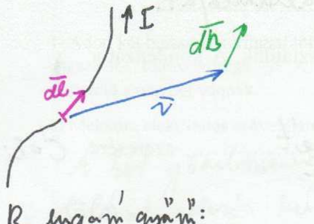
$$\phi = \int d\phi = \frac{\mu_0 N I b}{2\pi} \int_a^{b+a} \frac{1}{r} dr = \frac{\mu_0 N I b}{2\pi} \cdot \Big[\ln r\Big]_a^{a+b}$$

$$\boxed{\phi = \frac{\mu_0 N I b}{2\pi} \cdot \ln\left(\frac{a+b}{a}\right)}$$

## Villamosmérnök alapszak Fizika2 pót nagy zárthelyi, 2018. május 3.

### Kifejtendő kérdések

1. Írja fel a Biot-Savart törvényt matematikai alakban! (1) Nevezze meg az összefüggésben szereplő mennyiségeket, és ábra segítségével szemléltesse azokat! (1) Mutassa meg, hogyan alkalmazható a Biot-Savart törvény egy $I$ árammal átjárt, $R$ sugarú körvezető által keltett mágneses indukció meghatározására a kör középpontjában! (1)




$$d\bar{B}=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\,\frac{d\bar{l}\times\bar{r}}{|\bar{r}|^3}$$

$d\bar{l}$: I árammal átjárt vezetékdarab.

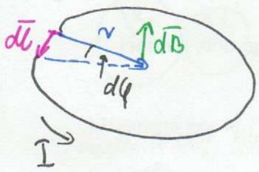
$\bar{r}$: vezetékdarabtól a vizsgált pontba mutató vektor

$d\bar{B}$: a dl vezetékdarab által keltett mágneses indukciójárulék a vizsgált pontban.

R sugarú gyűrű:

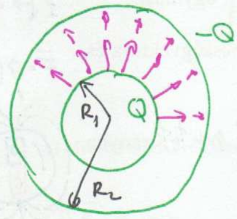
Mivel $d\bar{l}\perp\bar{r}$

$$|d\bar{B}|=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{|d\bar{l}||\bar{r}|\sin 90^\circ}{|\bar{r}|^3}\qquad |\bar{r}|=R\qquad |d\bar{l}|=R\cdot d\varphi$$




$$|d\bar{B}|=\frac{\mu_0 I}{4\pi}\cdot\frac{R\,d\varphi\cdot R}{R^3}=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot d\varphi\qquad B=\int dB=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\int_0^{2\pi} d\varphi=\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cdot 2\pi=\boxed{\frac{\mu_0 I}{2R}}$$

2. Írja fel egy $R_1$ és $R_2$ sugarú koncentrikus gömbelektródákból felépített kondenzátor belsejében az elektromos teret a gömbkondenzátor centrumától mért $r$ távolság függvényében, ha a kondenzátor töltése $Q$! (0,5) A potenciál definíciójából kiindulva határozza meg a fegyverzetek közti potenciálkülönbséget! (1) A kapacitás definíciója alapján határozza meg a gömbkondenzátor kapacitását! (0,5) Mutassa meg, hogy egyetlen fémgömb is tekinthető gömbkondenzátornak, és megadható annak kapacitása! (1)




Gömbszimmetrikus töltéselrendezés elektromos tere:

$$\boxed{E(r)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}}\qquad R_1<r<R_2$$

Potenciálkülönbség:

$$U=-\int E\,dr=-\int_{R_2}^{R_1}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r^2}\,dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{R_2}^{R_1}=\boxed{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}$$

Kapacitás:

$$C=\frac{Q}{U}=\frac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}\right)}=\boxed{\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}}}$$

Egyetlen gömbből álló gömbkondenzátor: $R_2\to\infty$

$$C=\lim_{R_2\to\infty}\frac{4\pi\varepsilon_0}{\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2}}=\boxed{4\pi\varepsilon_0 R_1}$$

**Villamosmérnök alapszak Fizika2 pót nagy zárthelyi, 2018. május 3.**

## Kiegészítendő mondatok

Egészítse ki az alábbi hiányos mondatokat úgy a megfelelő szavakkal, szókapcsolatokkal, matematikai kifejezésekkel (skalár-vektor megkülönböztetés), hogy azok a Fizika2 tantárgy színvonalának megfelelő, fizikailag helyes állításokat fogalmazzanak meg!

1. Konvencionálisan $\varepsilon_0$-al jelöljük a …vákuum dielektromos állandóját.

2. Egy töltött síkkondenzátor fegyverzetei közé dielektrikumlemezt csúsztatunk. A kondenzátor feszültsége …csökken…

3. Egy kondenzátor lineáris méreteit megduplázzuk. A kapacitás …két… -szeresére változik. $C'=\varepsilon_0\frac{4A}{2d}$

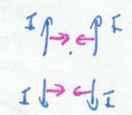
4. Egy síkkondenzátor belsejében az elektromos teret megduplázzuk. A kondenzátor energiája …négy…-szeresére változik. $w=\frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$

5. Egy $Q$ töltésű fémgömb elektromos terének energiája annál nagyobb, minél …kisebb… a gömb sugara..

6. A Van der Graaf generátor fémgömbje azért sima, hogy minimális legyen a …csúcshatás… miatti elektromos kisülés mértéke.

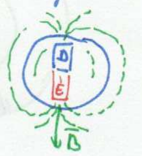
7. A mágneses dipólmomentum SI mértékegysége: …$A\cdot m^2$… $\bar{\mu}=I\bar{A}$

8. Egy áramjárta szolenoid tekercs szomszédos menetei vonzzák egymást. Az áramirányt megfordítjuk a tekercsben. A szomszédos menetek ekkor …vonzzák… egymást.



9. Egy töltött részecske egyenes pályán mozog mágneses térben. A részecske sebességvektora és a mágneses indukcióvektor által bezárt szög …nulla… $\bar{F}=q(\bar{v}\times\bar{B})$

10. A Föld mágneses északi sarkán az indukcióvektor …függőlegesen felfelé mutató… irányba mutat.



11. A lágy mágneses anyagok hiszterézisgörbéje …kisebb… területet határol körül, mint a kemény mágneses anyagoké.

12. A Curie-hőmérséklet felett a …ferromágneses… anyagok …paramágnesessé… válnak.