A dolgozathoz semmilyen segédeszköz nem használható. Jó munkát kívá-nunk!

1. (**3+3+4 pont**)

   (a) Ha A és C igaz, viszont B hamis, akkor igazak-e az alábbiak? Válaszát indokolja!

      i. $\overline{(A \wedge B)} \vee C$,

      ii. $(\overline{A} \wedge B) \Longrightarrow C$.

   (b) Formalizálja az alábbi mondatot. Mi a tagadása?
   „Ha egy hallgató a hét minden napján fél órát matekozik, vagy a héten van olyan nap, mikor legalább két órát gyakorol, akkor biztosan sikeresen vizsgázik."

2. (**10 pont**)
   Egy egyetemi tanszéken 13 ember dolgozik. Közülük 10 tud angolul, 7 németül és 6 franciául. 5 ember beszél angolul és németül, 4 angolul és franciául, 3 németül és franciául, és mindegyikük tudja e nyelvek valamelyikét. Hány ember tudja mind a 3 nyelvet?

3. (**5+5 pont**)
   Oldja meg a komplex számok körében az alábbi egyenleteket!

   (a)
   $$(1 + i^{1001} + iz + z)(z^2 + 2z + 10) = 0$$

   (b)
   $$z^6 - \frac{3-i}{2+i} z^2 = 0$$

4. (**10 pont**)
Határozza meg a α paraméter értékét úgy, hogy az $A(2,0,0)$, $B(3,-5,-5)$, $C(4,4,3)$, $D(\alpha,3,1)$ pontok egy síkba essenek!

5. (**10 pont**)
Tükrözzük az $A(2,1,0)$ pontot az

$$\frac{x-7}{2}=1-y, \quad z=5$$

egyenletrendszerű egyenesre. Milyen távolságra van a tükörkép az origón átmenő $\mathbf{n}=(1,1,-1)$ normálvektorú síktól?

IMSc példák

1. (**8 pont**)
Van-e a $\sqrt[9]{i}$ értékei között pontosan hét, amelyek összege 0? És pontosan hat?

2. (**7 pont**)
A H halmaz azokból az $a_1=1, a_2, a_3, \ldots$ végtelen valós számsorozatokból áll, amelyekben két egymás utáni elem hányadosa csak 2 vagy 1/2 lehet. Mekkora H számossága?