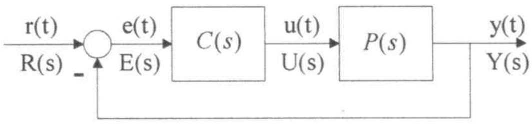
MEGOLDÁSOKKAL

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, A csoport
2010.10.19. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.

a./ Adja meg az eredő átviteli függvényeket az y kimenőjel és az r alapjel, valamint az u beavatkozójel és az r alapjel között!



b./ $P(s)=\dfrac{e^{-5s}}{1+20s}$, $C(s)=2\dfrac{1+20s}{20s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe).

c./ Adja meg a vágási körfrekvencia és a fázistartalék értékét a közelítő Bode diagram alapján. Stabilis-e a zárt szabályozási kör? Válaszát indokolja.

d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységugrás, az egységsebesség-ugrás és az egységgyorsulás-ugrás alakú alapjelet? **5 pont**

2. Adja meg a zavarkompenzációs szabályozás hatásvázlatát! Hogyan kell megválasztani a zavarkompenzációs tag átviteli függvényét ahhoz, hogy a kimeneti zavarás hatása egyáltalán ne mutatkozzon a kimenőjelben? Mi realizálhatóságának feltétele? **3 pont**

3. Mi a gyökhelygörbe definíciója? Legyen egy folytonos szabályozási rendszerben a felnyitott kör átviteli függvénye:

$$L(s)=\frac{k(s+4)}{(s+2)(s+6)}$$

Vázolja fel a gyökhelygörbe menetét. Jellemezze a zárt kör dinamikus viselkedésének változását, ha a k tényezőt 0 és ∞ között változtatjuk. **4 pont**

4. Adja meg az állapotegyenlet alakját. Adja meg az állapotirányíthatóság fogalmát. Állapotirányítható-e az alábbi paramétermátrixokkal adott rendszer: $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-0.25 & 0.5\\ 0 & 0\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}2\\1\end{bmatrix}$; $\boldsymbol{c}^T=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$; $d=0$. **4 pont**

5. Egy folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{5s}e^{-2s}$. Bemenőjele $u(t)=\sin 2t$. Írja fel a folyamat kimenőjelét kvázistacionárius állapotban. **3 pont**

6. Számítsa ki az $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}0 & 3\\ -3 & 0\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}0\\-2\end{bmatrix}$, $\boldsymbol{c}^T=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}$ és $d=0$ paraméter mátrixokkal adott állapotegyenletű folyamat átviteli függvényét! **4 pont**

7. Ismertesse az általánosított Nyquist stabilitási kritériumot! **3 pont**

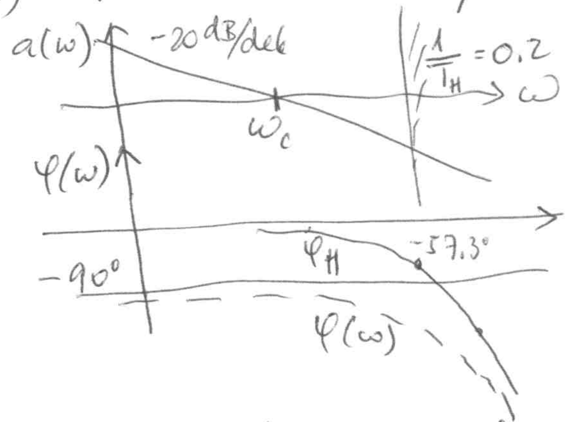
8. Adja meg a Youla paraméter definícióját. Legyen a folytonos idejű (FI) folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+8s}e^{-3s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+4s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **4 pont**

A1

ZH1, A csoport, megoldások. 2010.10.19.

1.) a.) $\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{C\cdot P}{1+C\cdot P}$; $\frac{u(s)}{r(s)} = \frac{C}{1+CP}$

b.) $L = C\cdot P = e^{-5s}/20s$



c.) $\omega_c = 1/20 = \cancel{0.05}\ 0.1$

$\varphi(\omega_c) = -\frac{\pi}{2} - \omega_c T_H =$

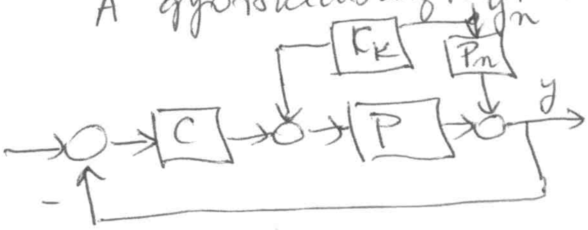
$= -\frac{\pi}{2} - \cancel{0.25}\ 0.5$

$\varphi_t = \varphi(\omega_c) + \pi = \frac{\pi}{2} - \cancel{0.25}\ 0.5 > 0$ [rad]

$\varphi_t > 0$, a rendszer stabilis.

d.) A rendszer 1 integrátort tartalmaz, 1 típusú.
Az egységugrást 0 statikus hibával, pontosan követi.
A sebességugrást $1/K = 20$ hibával követi.
A gyorsulásugrást nem tudja követni.

2.)

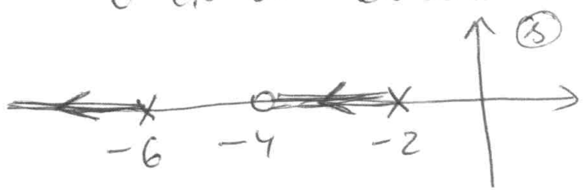


$$\frac{y}{y_n} = \frac{P_n + C_K P}{1+CP} = 0$$

$$C_K = -P_n/P$$

Realizálható, ha P nem tartalmaz holtidőt és C_K nevezőjének fokszáma ≥ számlálója fokszáma

3.) A gyökhelygörbe a zárt szabályozási rendszer pólusait (a karakterisztikus egyenlet gyökeit) adja meg, miközben a nyitott rendszer valamelyik paraméterét, rendszerint az erősítési tényezőt 0 és ∞ között változtatjuk.



A zárt rendszer strukturálisan stabilis, tranzienseinek lefolyása aperiodikus.

4.) $\dot{x} = Ax + bu$
$y = c^T x + du$

$\dot{\tilde{x}} = TAT^{-1}\tilde{x} + Tbu$
$y = c^T T^{-1}\tilde{x} + du$

$\tilde{x} = Tx$; $x = T^{-1}\tilde{x}$

$\tilde{A} = TAT^{-1}$; $\tilde{b} = Tb$;
$\tilde{c}^T = c^T T^{-1}$; $\tilde{d} = d$.

$\tilde{A}$ diagonális, ha T^{-1} oszlopvektorai az A mátrix sajátvektorai.

4.) folyt.

Állapotirányítható a rsz., ha állapotváltozói egymástól függetlenül eljuttathatók a kezdeti állapotból egy előre megadott végállapotba.

A kanonikus alakból: az A mátrix sajátértékei különbözőek.

A b mátrix egyik sorvektora (sora) nem csupa zérusokból áll.

Általános alakból:

$M_c = [b \ \cancel{b} Ab \dots A^{n-1} b]$ rangja n.

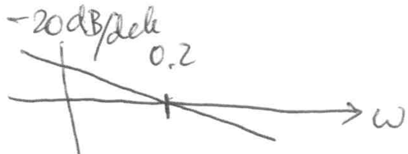
$$M_c = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \qquad \det M_c = 0$$

Nem állapotirányítható.

(de $\operatorname{rank} M_c = 1$, tehát kimeneti irányítható.)

A2

5.)



$\varphi(\omega) = -90^\circ - 2\omega \cdot 180/\pi$

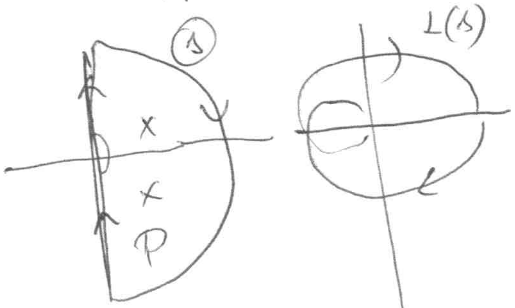
$\omega = 2$

$y(t) = \frac{1}{5.2}\sin\left(2t - 90^\circ - 4\cdot\frac{180}{\pi}\right)$

6.) $H(s) = c^T(sI - A)^{-1}b + d = \frac{-6}{s^2+9}$

7.) $R = P - Z$

K_f



R: a teljes Nyquist diagram körülfordulásainak száma a -1 pont körül, előjelesen.

P: a nyitott kör jobb oldali pólusainak száma.

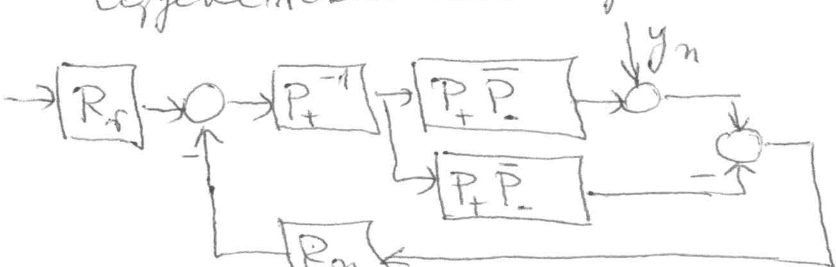
Z: a karakterisztikus egyenlet j.o. gyökeinek száma.

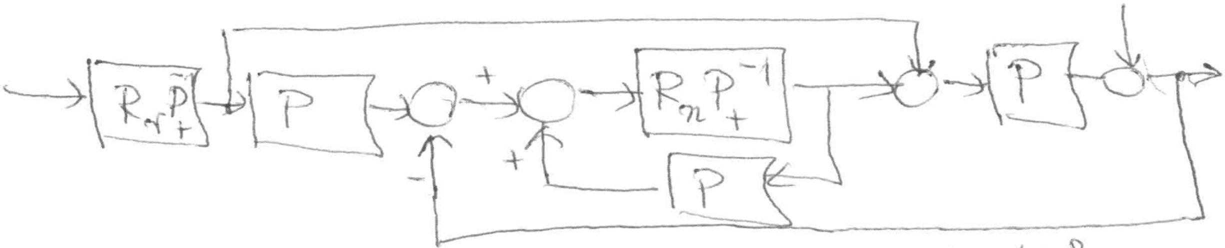
A rendszer stabilis, ha $Z = 0$, tehát $R = P$.

8.) Youla paraméter:

$$Q = \frac{C}{1+CP}$$

Egyenértékű szabályozási struktúrák:





$P = \frac{1}{1+8s}e^{-3s}$; $\bar{P}_- = e^{-3s}$; $R_r P_+^{-1} = \frac{1+8s}{1+4s}$;

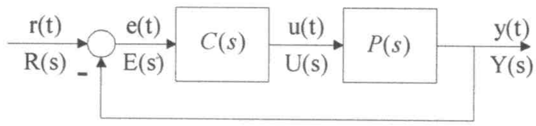
$P_+ = \frac{1}{1+8s}$; $R_r = \frac{1}{1+4s}$; $R_n = \frac{1}{1+s}$; $R_n P_+^{-1} = \frac{1+8s}{1+s}$

SZABÁLYOZÁSTECHNIKA 1. ZÁRTHELYI, B csoport
2010.10.19. 8.15-9.45

Név	Neptun kód	Kurzus, Gyakorlatvezető	Összpontszám

1. Egy folytonos szabályozási kör hatásvázlata az ábrán látható.

a./ Adja meg az eredő átviteli függvényeket az y kimenőjel és az r alapjel, valamint az u beavatkozójel és az r alapjel között!



b./ $P(s)=\dfrac{4}{s}$, $C(s)=\dfrac{1+2s}{s}$ mellett vázolja fel a felnyitott kör közelítő Bode diagramját (közelítő amplitúdó-körfrekvencia és fázis-körfrekvencia görbe).

c./ A Bode diagramon jelölje be a fázistöbbletet. Stabilis-e a rendszer? Válaszát indokolja.

d./ Mekkora hibával követi a szabályozás az egységugrás, az egységsebesség-ugrás és az egységgyorsulás-ugrás alakú alapjelet? **5 pont** ☐

2. Mi az érzékenységi függvény és mit mutat meg? **4 pont** ☐

3. Adja meg a gyökhelygörbe definícióját. Hol van az $L(s)=\dfrac{k(s+2)}{s(s-4)(s+8)}$ hurokátviteli függvényű kör gyökhelygörbéjének szakasza a valós tengelyen? **3 pont** ☐

4. Adja meg a $P(s)=\dfrac{1}{1+2\xi Ts+s^2T^2}$ átviteli függvényű kéttárolós lengő tag közelítő Bode amplitúdó-körfrekvencia diagramját. Adja meg az amplitúdó és a fázisszög értékét az $\omega=1/T$ pontban. Adja meg a rendszer pólusait (ξ–vel és T-vel kifejezve) és ábrázolja elhelyezkedésüket a komplex számsíkon. **4 pont** ☐

5. Állapotmodelljével adott az alábbi folytonos rendszer: $\boldsymbol{A}=\begin{bmatrix}-2 & 0 & 0\\ 0 & -5 & 0\\ 0 & 0 & -4\end{bmatrix}$ $\boldsymbol{b}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$ $\boldsymbol{c}^{\mathrm{T}}=\begin{bmatrix}1 & 1 & 1\end{bmatrix}$ $d=0$

a/ Megfigyelhető-e a rendszer?

b/ Állapotirányítható-e a rendszer? Kimeneti irányítható-e a rendszer? Válaszait indokolja! **3 pont** ☐

6. Egy zárt folytonos szabályozási körben a felnyitott kör átviteli függvénye $L(s)=\dfrac{K}{s}e^{-5s}$. Határozza meg K kritikus értékét, amelynél a zárt szabályozási kör a stabilitás határára kerül! **4 pont** ☐

7. Adja meg az állapotegyenlet alakját és megoldását az időtartományban. **3 pont** ☐

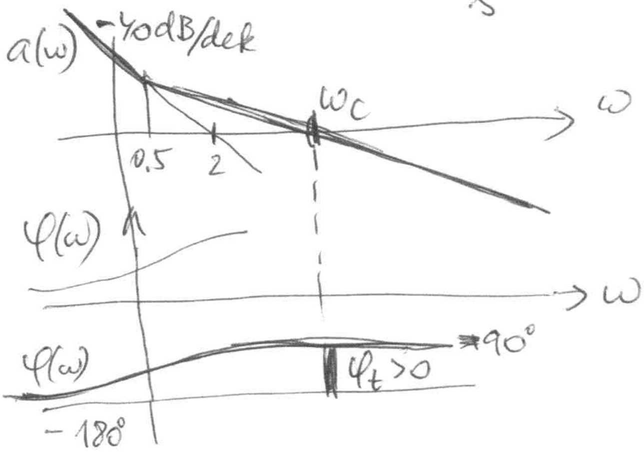
8. Legyen a folytonos idejű (FI) folyamat átviteli függvénye $P(s)=\dfrac{1}{1+5s}e^{-2s}$. Adja meg a *Youla*-parametrizálást realizáló szabályozási kört az $R_r(s)=\dfrac{1}{1+2s}$ és $R_n(s)=\dfrac{1}{1+0.5s}$ referencia modellek esetén! Végezze el minden szükséges elem kiszámítását és rajzolja fel a kapott hatásvázlatot! **4 pont** ☐

B1

ZH1, B csoport, megoldások. 2010.10.19

1.) a.) $\frac{y(s)}{r(s)} = \frac{C \cdot P}{1 + C \cdot P}$; $\frac{u(s)}{r(s)} = \frac{C}{1 + C \cdot P}$.

b.) $L(s) = C \cdot P = \frac{4(1+2s)}{s^2}$



c.) $\varphi_t > 0$

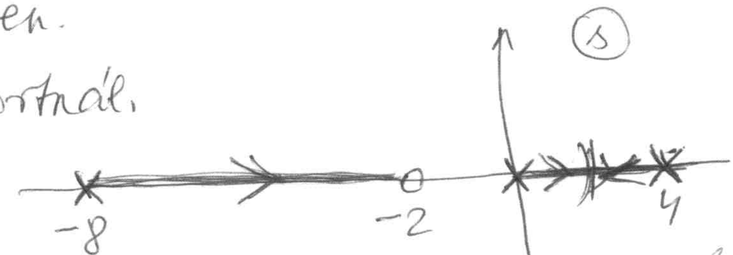
A rendszer stabilis, sőt, strukturálisan stabilis.

d.) A rendszer 2 integrátort tartalmaz, 2 típusú.

Az $1(t)$ és $t1(t)$ alapjelet statikus hiba nélkül, a $t^2/2 \cdot 1(t)$ jelet $1/K = 1/4 = 0.25$ hibával követi.

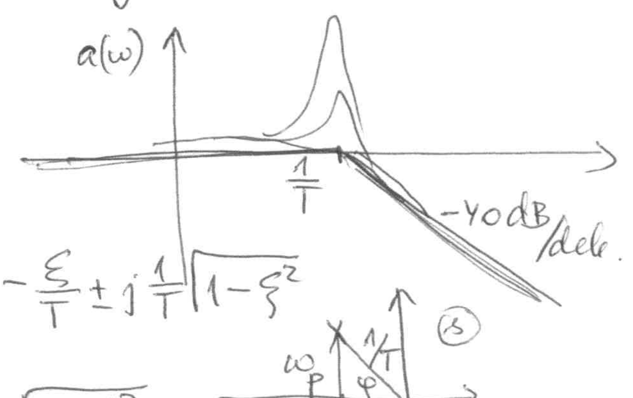
2.) $S = \frac{1}{1+CP} = \frac{\Delta T/T}{\Delta P/P}$. Megmutatja, hogy a folyamat átviteli függvényének relatív megváltozása mekkora relatív változást okoz a zárt rendszer eredő átviteli függvényében.

3.) Ld. A csoportnál.



A valós tengelyen ott van gyökhelygörbe ág, ahol az adott ponttól jobbra páratlan a nyitott kör pólusainak és zérusainak összege.

4.)

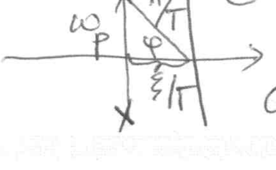


$|P(j\omega)| = \frac{1}{\sqrt{(1-\omega^2T^2)^2 + 4\xi^2T^2\omega^2}}$

$\varphi(\omega) = -\operatorname{arctg} \frac{2\xi T}{1-\omega^2T^2}$

$s_{1,2} = -\frac{\xi}{T} \pm j\frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$

$|P(j\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = \frac{1}{2\xi}$



$\omega_p = \frac{1}{T}\sqrt{1-\xi^2}$

$\cos\varphi = \xi$

$\varphi(\omega)|_{\omega=\frac{1}{T}} = -90°$

B2

5.) a.) $$\cancel{X(t) = e^{At}X(0) = \begin{bmatrix} e^{-2t} & 0 & 0 \\ 0 & e^{-5t} & 0 \\ 0 & 0 & e^{-4t} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \\ x_3(0) \end{bmatrix}}$$

a.) Az állapotegyenlet kanonikus alakban van megadva.
A rendszer megfigyelhető, a kimenőjelben van információ mindhárom állapotváltozóról.

b.) A rendszer nem teljesen állapotirányítható, $b[2]=0$, x_2 nem függ u-tól.
Kimeneti irányítható (x_1-en és x_3-on keresztül).

6.) Nyquist

$$L(j\omega) = \frac{K}{j\omega} e^{-5j\omega}$$

$$\varphi(\omega_0) = -\frac{\pi}{2} - 5\omega_0 = -\pi \Rightarrow \omega_0 = \frac{\pi}{10}$$

$$|L(j\omega_0)| = 1 \Rightarrow \frac{K_{kr}}{\omega_0} = 1 \Rightarrow K_{kr} = \omega_0 = \frac{\pi}{10}$$

7.) $$x(t) = e^{At}x(0) + \int_0^t e^{A(t-\tau)} b\, u(\tau)\, d\tau$$

8.) $$Q = \frac{C}{1+CP};$$

Ld. a három egyenértékű struktúrát az A csoportnál.

$$P = \frac{1}{1+5s} e^{-2s}; \quad \bar{P}_- = e^{-2s};$$

$$P_+ = \frac{1}{1+5s}; \quad R_r = \frac{1}{1+2s}; \quad R_n = \frac{1}{1+0.5s}$$