MŰEGYETEM 1782

Mesterséges Intelligencia labor

Fuzzy irányítások tervezése

Mérési útmutató

Összeállította: Kovács Gábor
tudományos segédmunkatárs
gkovacs@iit.bme.hu

BME Irányítástechnika és Informatika Tanszék
2010

Tartalomjegyzék

1. Bevezetés **2**

2. Elméleti alapismeretek **3**
2.1. Fuzzy halmazok és tagsági függvények 3
2.2. Fuzzy műveletek 4
2.2.1. Elemi fuzzy műveletek és normák 5
2.2.2. Fuzzy halmazműveletek szorzatterekben 6
2.3. Fuzzy logika 9
2.3.1. A fuzzy logikai szabályozó felépítése 10
2.3.2. Fuzzyfikálás 10
2.3.3. A következtető gép és a szabálybázis 10
2.3.4. Defuzzyfikáció 15
2.4. Mamdani-féle min-max következtetési algoritmus 16
2.5. PD-típusú fuzzy logikai szabályozó 18

3. A mérés menete **21**
3.1. A szabályozandó rendszer 21
3.2. A szabályozási rendszer Simulink-modellje 23
3.3. Fuzzy szabályozó tervezése a Matlab Fuzzy Logic Toolbox szolgáltatásaival 24

4. Mérési feladatok **29**

1. fejezet

Bevezetés

A Mesterséges Intelligencia labor első mérésének célja, hogy egy egyszerű nemlineáris rendszer irányításán keresztül megismerkedjünk a fuzzy szabályozások tervezésének alapjaival.

A nemlineáris rendszerek irányítása nem könnyű, ám mivel számos valós rendszer nem írható le kellő pontossággal lineáris modellel, egyúttal igen fontos feladat is. A klasszikus és korszerű irányításelmélet módszerei mellett (melyekről bővebb ismereteket a *Nemlineáris és robusztus irányítások* c. tárgy nyújt) az utóbbi évtizedekben számos soft computing technika is elterjedt, melyek közül az egyik legnépszerűbb a fuzzy szabályozások alkalmazása. Ha körülnézünk egy elektronikai nagyáruház polcain, a vérnyomásmérőktől a mosógépekig számos olyan termékkel találkozhatunk, amelyek csomagolása kisebb-nagyobb betűkkel hirdeti, hogy az eszközben fuzzy logikai szabályozó dolgozik.

A mérés során az elméleti alapismeretek áttekintése után egy szabad kifolyású víztartály szintszabályozását valósítjuk meg a Matlab Fuzzy Logic Toolboxának segítségével. Először a toolbox támogatásával tervezzük meg a szükséges tagsági függvényeket és a szabálybázist, majd utána a Simulink modellen teszteljük azok helyességét. A mérés második felében a megtervezett szabályozót implementáljuk Matlab-függvény formájában.

Kérem, hogy amennyiben hibát talál a mérési útmutatóban, akkor azt jelezze a `gkovacs@iit.bme.hu` címen!

2. fejezet

Elméleti alapismeretek

Ez a fejezet csak a méréshez elengedhetetlenül szükséges alapismereteket foglalja össze, részletesebb leírásuk a tankönyvben [1] vagy az előadásvázlatokban [2] olvasható. Először a fuzzy halmazok és tagsági függvények definícióját és tulajdonságait ismételjük át, majd rátérünk a fontosabb fuzzy műveletekre. Ezután a fuzzy logikai szabályozó felépítését követve sorra vesszük annak fontosabb részeit, majd pedig a következtetési módszerek közül részletesen is megvizsgáljuk a gyakorlatban kulcsfontosságú Mamdani-féle min-max következtetési algoritmust. Az elméleti alapismereteket összefoglaló fejezetet a PD-típusú fuzzy szabályozók tervezési alapelveinek bemutatása zárja.

2.1. Fuzzy halmazok és tagsági függvények

A klasszikus halmazelmélet szerint az X tartományon definiált A halmazba egy $x \in X$ elem vagy beletartozik, vagy nem (ekkor A komplemensének eleme), azaz a halmazhoz való tartozást leíró $\kappa_A : X \to \{0, 1\}$ karakterisztikus függvény a következőképp definiálható:

$$\kappa_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x \in A \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{2.1}$$

Az emberi elme azonban éles elkülönítés helyett gyakran használ bizonytalan lingvisztikai értékeket, melyeket ráadásul minden ember máshogy értelmezhet. Például egy bizonyos t hőmérsékletet, hacsak nem születtünk meteorológusnak, nem úgy írunk le, hogy $t = 11,2°\text{C}$, hanem azt mondjuk, hogy *hűvös* van. Ezt a szót, azaz lingvisztikai változót használjuk például a $[8°\text{C}, 11°\text{C}]$ tartományon. Azonban lehet, hogy mások másként definiálnák a hűvös hőmérsékletet: van, akinek még 14°C is hűvös, míg a skandináv államokban a 6°C-os hőmérsékletet is ezzel a jelzővel illetik. Ráadásul gyakran elhangzik az a kijelentés is, hogy "kicsit hűvös van", azaz egy adott hőmérsékletről úgy érezzük, hogy ugyan *hűvös* (lingvisztikai változó értelmében), ám kevésbé az, mint egy másik hőmérséklet, amihez ugyanezt a változót rendelnénk.

Az automatizált rendszerekben célszerű ezeket a bizonytalanságokat formalizálni, és kidolgozni azokat a módszereket, amik lehetővé teszik a kezelésüket. A fuzzy logika lehetővé teszi, hogy példánkban az $[5°\mathrm{C}, 15°\mathrm{C}]$-os hőmérséklettartományhoz hozzárendeljük a *hűvös* lingvisztikai változót. A tartomány közepén lévő hőmérséklet egészen biztos, hogy *hűvös*, míg a tartomány szélei felé haladva ez egyre kevésbé igaz, azon kívül pedig egészen biztosan nem az. Tehát hozzárendelhetünk egy *fuzzy halmazt* és *hűvös* lingvisztikai változót[1] az éles változónk értelmezési tartományának egy részéhez, mely hozzárendelést a $\mu_{\text{hűvös}} : [5°\mathrm{C}, 15°\mathrm{C}] \to [0, 1]$ *tagsági függvény* definiálja. Ha $\mu_{\text{hűvös}}(t) = 1$, akkor a t hőmérséklet teljes bizonyossággal hűvös, míg ha $\mu_{\text{hűvös}} = 0$, akkor a t hőmérséklet biztosan nem hűvös. Általánosságban egy X értelmezési tartományon definiált A fuzzy halmaz és az értelmezési tartomány $x \in X$ elemei közti kapcsolatot a $\mu_A(x) \in [0, 1]$ tagsági függvény írja le, mely a klasszikus halmazelmélet κ karakterisztikus függvényének felel meg. Az A fuzzy halmaz megadható tehát egy (X, μ_A) párral vagy az alábbi szimbolikus integrállal (nem valódi integrál, így dx-et szigorúan tilos szerepeltetni!):

$$A = \int\limits_{x \in X} \mu_A(x)/x \tag{2.2}$$

A folytonos $x \in X$ változók felett definiált A fuzzy halmaz μ_A tagsági függvényének alakja lehet egy Gauss-eloszlás görbéje vagy egy szakaszonként lineáris görbe. Ez utóbbi esetben a görbe alakjának megfelelően beszélhetünk pl. háromszög- vagy trapéz alakú, avagy alakilag hasonló görög vagy latin betűket használva $\Pi, \Lambda, \Gamma, S, L$ alakú tagsági függvényekről. Diszkrét x_i változók esetén a tagsági függvényt általában egy táblázat definiálja, mely természetesen eredeztethető az előbb említett típusú folytonos tagsági függvényekből. A leggyakrabban használt háromszög alakú és Gauss tagsági függvények paramétereinek értelmezését a 2.1 ábra illusztrálja.

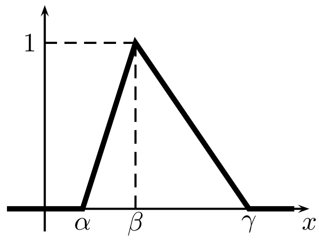
A fizikai változókat általában normalizáljuk (pl. a $[-1, 1]$ tartományra), a lingvisztikai változókat pedig gyakran a következő konvenció alapján választjuk (természetesen ez csak ajánlás). A lingvisztikai változó nevében a fizikai változó előjele (N=Negative, P=Positive, Z=Zero) és nagysága (B=Big, M=Medium, S=Small) szerepel, tehát pl. az NB halmazt a negatív, nagy abszolútértékű fizikai változókhoz rendeljük, ahogy az a 2.2 ábrán is látható (amennyiben szükséges, a lingviszikai változók számát temészetesen tovább növelhetjük pl. a V=Very karakter beiktatásával).

2.2. Fuzzy műveletek

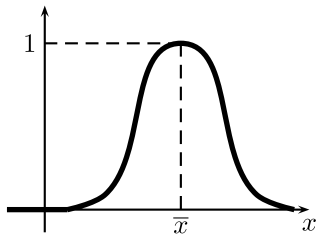
A következőkben azon alapvető fuzzy változókon és halmazokon végzett műveleteket tekintjük át, amelyek szükségesek ahhoz, hogy a fuzzy logikai szabályozó működését definiálni tudjuk.

[1]Az egyszerűség kedvéért jelen mérési útmutatóban nem különböztetjük meg a fuzzy halmazt a hozzá rendelt lingvisztikai változózól

$$\Gamma(x,\alpha,\beta,\gamma) = \begin{cases} 0 & \text{ha } x < \alpha \\ \frac{x-\alpha}{\beta-\alpha} & \text{ha } x \in [\alpha,\beta] \\ \frac{\gamma-x}{\gamma-\beta} & \text{ha } x \in [\beta,\gamma] \\ 0 & \text{ha } x > \gamma \end{cases}$$



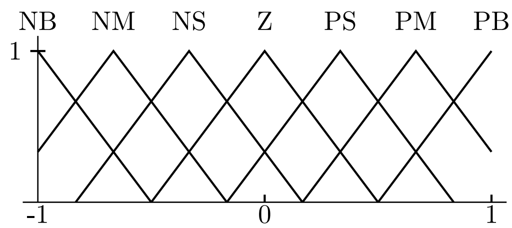
$$G(x,\sigma,\overline{x}) = e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\overline{x}}{\sigma}\right)^2}$$



2.1. ábra. Háromszög alakú és Gauss tagsági függvények

2.2.1. Elemi fuzzy műveletek és normák

A klasszikus halmazelmélethez hasonlóan fuzzy halmazokon is értelmezettek az olyan alapvető halmazműveletek mint a *fuzzy unió* ($\cup$), *fuzzy metszet* ($\cap$) vagy a *fuzzy komplemens*, melyek teljesítik a klasszikus halmazelméletben megszokott normákat. Az azonos X tartomány felett értelmezett, $\mu_A(x)$ és $\mu_B(x)$ tagsági függvényekkel megadott halmazokon végzett műveletek eredményeként adódó fuzzy halmazt szintén jellemezhetjük a tagsági függvényével, melynek kiszámításában a megfelelő S, T és c normák vannak segítségünkre:



2.2. ábra. Példa a változó értelmezési tartományanak lefedésére háromszög típusú fuzzy tagsági függvényekkel

$$\begin{array}{lclcl}\mu_{A\cup B}(x) & = & S(\mu_A(x),\mu_B(x)) & = & \mu_A(x)\vee\mu_B(x) \\ \mu_{A\cap B}(x) & = & T(\mu_A(x),\mu_B(x)) & = & \mu_A(x)\wedge\mu_B(x) \\ \mu_{A^C}(x) & = & c(\mu_A(x)) & & \end{array} \tag{2.3}$$

T-norma

Szavakba öntve a metszetnek megfelelő T-norma azt mondja meg, hogy egy adott $x \in X$ fizikai változó mennyire tartozik egyszerre az A és B fuzzy halmazokhoz. Például a *hideg* és *forró* halmazok tagsági függvényeinek T-normája valószínűleg konstans nulla lesz, hiszen nincsen olyan hőmérsékleti érték, amit egyszerre éreznénk (bármennyire kevéssé is) hidegnek és forrónak. Ezzel szemben a *hideg* és *hűvös* megfogalmazások között nincsen ilyen éles határ, így az ezen halmazokon értelmezett T-norma a hideg-hűvös határ környékén magas (de legfeljebb 1) lesz, míg attól távolodva csökken. Az olyan hőmérsékletértékekre, amelyek nem tartoznak bele egyik előbb említett halmazba, a T-norma által definiált tagsági függvény értéke biztosan nulla lesz.

A gyakorlatban (elsősorban implementációs okokból) leggyakrabban a minimum (min) és a szorzat (dot) T-normák fordulnak elő:

$$T(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \min\{\mu_A(x),\mu_B(x)\} \tag{2.4}$$

$$T(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \mu_A(x)\cdot\mu_B(x) \tag{2.5}$$

S-norma

Az S-norma a klasszikus halmazelmélet unió műveletének felel meg, tehát azt adja meg, mennyire tartozik egy adott fizikai változó az A vagy B halmazokhoz. A gyakorlatban leginkább a legegyszerűbb maximum (max) norma terjedt el:

$$S(\mu_A(x),\mu_B(x)) = \max(\mu_A(x),\mu_B(x)) \tag{2.6}$$

C-norma

A klasszikus halmazelmélet karakterisztikus függvénye kétértékű, tehát a komplemensképzés egyértelmű. A fuzzy halmazoknál több lehetőség kínálkozik a C-norma definiálására, de a gyakorlat ezúttal is az egyszerűségre törekszik (ne feledjük, hogy a tagsági függvény értéke 0 és 1 között lehet!):

$$C(\mu_A)(x) = 1-\mu_A(x) \tag{2.7}$$

2.2.2. Fuzzy halmazműveletek szorzatterekben

Valós alkalmazásoknál igen gyakori eset, hogy több fizikai változónk van, azaz a változóink tere a megfelelő fuzzy halmazok szorzattere.

Fuzzy direkt szorzat

Amennyiben több fizikai változót mérünk, olyan fuzzy halmazok definiálására is szükségünk lehet, melyek több változóra vonazkoznak. Például ha egyszerre mérjük a hőmérsékletet és a páratartalmat, akkor szükségünk lehet egy *párás meleg* halmazra. Természetesen akkor mondjuk, hogy *párás meleg* van, ha mind *párás*, mind *meleg* az idő.

Legyen a fizikai változónk egy változóvektor, $x = (x_1, \dots x_n)$, $x_i \in X_i$, és legyenek az A_i fuzzy halmazok az X_i tartományok felett definiálva a $\mu_i(x_i)$ tagsági függvények által. Ekkor az $A_1 \times \cdots \times A_n$ direkt szorzat tagsági függvénye

$$\mu_{A_1 \times \cdots A_n}(x_1, \dots x_n) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_n}(x_n), \tag{2.8}$$

ahol $\wedge$ a megfelelő T-normát jelöli, pl. $\wedge = \min$.

Fuzzy reláció

Klasszikus értelemben az $x, y \in X$ változókon definiált R bináris reláció (pl. $x \leq y$) az $X \times X$ direkt szorzat egy kitüntetett részhalmaza:

$$x \text{ R } y \leftrightarrow (x, y) \in R \subset (X \times X) \tag{2.9}$$

A reláció kielégíthet olyan tulajdonságokat, mint a tranzitivitás, asszociativitás, reflektivitás és kiterjeszthető kettőnél több változóra is.

Fuzzy halmazokon az R reláció hasonlóan értelmezhető és $\mu_R(x_1, \dots x_n)$ tagsági függvényével definiálható:

$$\mu_R : X_1 \times \cdots \times X_n \to [0, 1] \tag{2.10}$$

A fuzzy reláció tehát nem diszkrét értéket vesz fel, nem mondja meg biztosan, hogy pl. a T_1 hőmérséklet hidegebb-e mint T_2, hanem egy csak valószínűségét adja meg.

Amennyiben két reláció azonos szorzattéren értelmezett, akkor beszélhetünk metszetükről és uniójukról is:

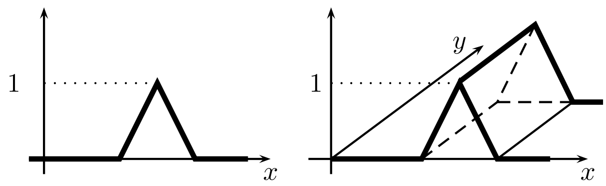
$$\mu_{R_1 \cup R_2}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{R_1}(x_1, \dots, x_n) \vee \mu_{R_2}(x_1, \dots, x_n) \tag{2.11}$$

$$\mu_{R_1 \cap R_2}(x_1, \dots, x_n) = \mu_{R_1}(x_1, \dots, x_n) \wedge \mu_{R_2}(x_1, \dots, x_n), \tag{2.12}$$

ahol $\vee$ és $\wedge$ a megfelelő S- és T-normákat jelölik, pl. $\wedge = \max$ és $\vee = \min$.

Hengeres kiterjesztés

Mint az előbbiekben láttuk, fuzzy relációk között csak akkor beszélhetünk unióról és metszetről, ha azok azonos szorzattéren értelmezettek. Amennyiben nem ez a helyzet, a relációk kiterjeszthetők egy közös szorzattérre, és így már értelmezhetőek rajtuk a műveletek. Tekintsük az $X_{i_1} \times \ldots \times X_{i_r}$ szorzattér felett értelmezett R relációt, amelyet ki szeretnénk terjeszteni az $X_1 \times \ldots \times X_n$ szorzattérre, ahol



2.3. ábra. Az A fuzzy halmaz $\mu_A(x)$ tagsági függvénye és a $ce(A)$ hengeres kiterjesztés $\mu_{ce(A)}(x,y)$ tagsági függvénye

$\{i_1,\ldots,i_r\} \subset \{1,\ldots,n\}$. Az R reláció *hengeres kiterjesztése* (cylindrical extension, ce) a tágabb $X_1 \times \ldots \times X_n$ szorzattérre a $ce(R)$ fuzzy halmaz

$$ce(R) = \int\limits_{X_1\times\cdots\times X_n} \mu_{ce(R)}(x_{i_1},\ldots,x_{i_r})/(x_1,\ldots,x_n), \tag{2.13}$$

melynek tagsági függvénye

$$\mu_{ce(R)}(x_1,\ldots,x_n) = \mu_R(x_{i_1},\ldots,x_{i_r}) \tag{2.14}$$

Látható tehát, hogy egy fuzzy halmaz tagsági függvényének hengeres kiterjesztése csak annak tartományát változtatja meg, tagsági függvényét nem. Szemléletesen ez azt jelenti, hogy egy adott változó halmazhoz tartozása csak azon komponenseitől függ, melyekre az A halmaz eredetileg, a hengeres kiterjesztés előtt is definiálva volt, mint ahogyan ezt a 2.3 ábra is illusztrálja.

A továbbiakban látjuk majd, hogy szükség van a hengeres kiterjesztés inverzének definiálására is. Egy $X_1,\ldots X_n$ szorzattéren definiált R reláció $X_{i_1} \times \ldots \times X_{i_r}$ térre vett projekciója egy fuzzy halmaz:

$$P = Proj_{X_{i_1}\times\ldots\times X_{i_r}}(R) = \int\limits_{X_{i_1}\times\ldots\times X_{i_r}} \mu_P(x_{i_1},\ldots,x_{i_r})/(x_{i_1},\ldots,x_{i_r}), \tag{2.15}$$

melynek tagsági függvénye $\{j_1,\ldots,j_{n-r}\} = \{1,\ldots,n\} \setminus i_1,\ldots i_r$ jelölés mellett

$$\mu_P(x_{i_1},\ldots,x_{i_r}) = \sup_{x_{j_1},\ldots,x_{j_r}} \mu_R(x_1,\ldots,x_n) \tag{2.16}$$

Látható tehát, hogy a projekció "jóindulatúan" a legmagasabb értéket rendeli a szűkített szorzattér változójához azok közül, ami az immár számításba nem vett többi komponenst tetszőlegesen választva az eredeti reláció tagsági függvénye visszaad.

Összekapcsolás

A *fuzzy összekapcsolás* érintkező vagy diszjunkt szorzattereken értelmezett relációk illesztésére használható. Legyen R egy fuzzy reláció az $X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_r$ szorzattér felett, míg S egy másik reláció az $X_m \times X_{m+1} \times \ldots \times X_n$ szorzattér felett, ahol $m \leq r+1$. A két reláció összekapcsolása azok hengeres kiterjesztéseinek metszete, $ce(R) \cap ce(S)$:

$$Join(R,S) = \int\limits_{X_1 \times \ldots \times X_n} \mu_{Join(R,S)}(x_1, \ldots, x_n)/(x_1, \ldots, x_n), \tag{2.17}$$

ahol a tagsági függvény

$$\mu_{Join(R,S)}(x_1, \ldots, x_n) = \{\mu_R(x_1, \ldots, x_r) \wedge \mu_S(x_m, \ldots, x_n) \tag{2.18}$$

Itt $\wedge$ tetszőleges T-norma lehet, pl $\wedge = \min$.

Fuzzy kompozíció

A *fuzzy kompozíciót* két nem diszjunkt reláción értelmezzük, és azokat egy relációba foglalja össze. Például ha az egyik relációnk egy alma színe és érettsége közti kapcsolatot adja meg, a másik pedig az érettség és az íz közöttit, akkor a két reláció kompozíciója a szín és íz közti kapcsolatot fogja definiálni. Természetesen nem csak gyümölcskóstoláskor, hanem fuzzy irányítások tervezésekor is fontos szerep jut a kompozíciónak, így érdemes azt részletesen definiálnunk.

Tekintsük az $X_1 \times \ldots \times X_{m-1} \times X_m \times \ldots \times X_r$ szorzattér felett értelmezett R és az $X_m \times \ldots \times X_r \times X_{r+1} \times \ldots \times X_n$ szorzattér felett értelmezett R relációt. Kettejük kompozícióját a metszetet nem tartalmazó közös szorzatterükön értelmezzük és $R \circ S$-el jelöljük. A kompozíciót úgy számítjuk, hogy mindkét relációt kiterjesztjük a teljes $X_1 \times \ldots \times X_n$ szorzattérre, majd metszetüket levetítjük az $X_1 \times \ldots \times X_{m-1} \times X_{r+1} \times \ldots \times X_n$ szorzattérre:

$$R \circ S = Proj_{X_1 \times \ldots \times X_{m-1} \times X_{r+1} \times \ldots \times X_n}[ce(R) \cap ce(S)] = Proj[Join(R,S)] \tag{2.19}$$

A fuzzy kompozíció tagsági függvénye:

$$\mu_{R \circ S}((x_1, \ldots, x_{m-1}, x_{r+1}, \ldots, x_n)) = \sup_{x_m, \ldots, x_r} \mu_r(x_1, \ldots, x_r) \wedge \mu_S(x_m, \ldots, x_n) \tag{2.20}$$

Itt $\wedge$ tetszőleges T-norma lehet, pl $\wedge = \min$.

2.3. Fuzzy logika

A következőkben áttekintjük a fuzzy logikai szabályzó felépítését, majd sorra vesszük annak részeit, és definiáljuk azok működését.

2.3.1. A fuzzy logikai szabályozó felépítése

A *fuzzy logikai szabályozó* (*Fuzzy Logic Controller, FLC*) a hagyományos logikai szabályozókhoz hasonlóan működik, azzal a lényeges eltéréssel, hogy fuzzy bemeneti értékekre ad fuzzy kimenő jelet, fuzzy szabályok szerint működve. A szabályozó blokkvázlata a 2.4 ábrán látható.

2.3.2. Fuzzyfikálás

A valós életben mért jelek élesek, azaz konkrét numerikus értékük van. Egy hőmérőről nem tudjuk leolvasni, hogy az adott hőmérséklet *hűvös*, csak azt, hogy éppen például $11,4$°C-t mutat. Ezért első feladatunk, hogy az éles mért értéket alapján megfelelő fuzzy változót állítsunk elő.

A fuzzyfikálást megelőzheti (és a gyakorlatban sokszor meg is előzi) a mért értékek normalizálása egy megfelelő tartományra, azonban erre jelen útmutatóban nem térünk ki részletesen.

Álljon az éles, normalizált x^* mérési eredményünk N komponensből, azaz $x^* = \{x_1^*, \ldots, x_N^*\}$. Az x_j^* komponensnek megfeleltetett A_j fuzzy változó (halmaz) tagsági függvénye a legegyszerűbb esetben tulajdonképpen karakterisztikus fügvénnyé fajul:

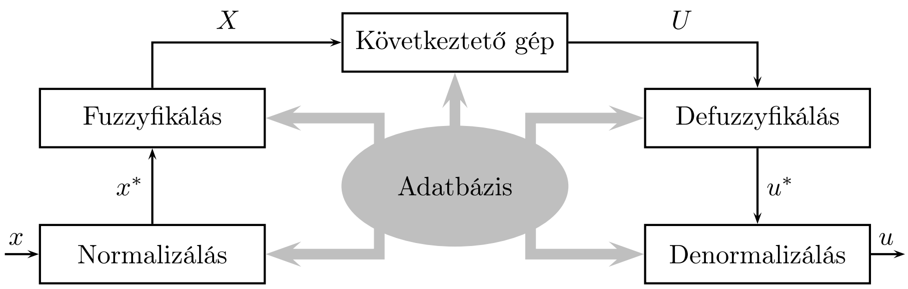
$$\mu_{A_j}(x) = \begin{cases} 1 & \text{ha } x = x_j^* \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases} \tag{2.21}$$

Természetesen lehetőség van arra is, hogy egy éles mérési értékhez egy valóban fuzzy változót rendeljünk. Ha például van ismeretünk a mérési zaj szórásáról, akkor az x_j^* mért értékhez egy megfelelő szórású, $\overline{x}_j = x_j^*$ közepépértékű Gauss tagsági függvényt rendelve modellezhetjük a zaj hatását.

A következőkben feltételezzük, hogy a jeleink fuzzy változók, azaz a fuzzyfikálás már megtörtént.

2.3.3. A következtető gép és a szabálybázis

Ahogyan a hagyományos logikák, úgy a fuzzy logikák esetén is fontos szerepet kapnak a logikai függvények és a rajtuk alapuló következtetés, mely a rendszer



2.4. ábra. Fuzzy logikai szabályozó blokkvázlata bemenetei és az azokra felállított szabályok alapján előállítja a kimenete(ke)t, azaz a mért adatok alapján megfelelő beavatkozó jelet képez. A következőkben áttekintjük a fuzzy következtetéshez szükséges logikai műveleteket, a szabálybázist alkotó relációk fogalmát, majd megadjuk a következtetés általános algoritmusát is.

Fuzzy logikai függvények

Legyen $x \in X$ egy lingvisztikai változó, A és B fuzzy halmazok X felett μ_A és μ_B tagsági függvényekkel. Ekkor a fuzzy halmazokon értelmezett logikai műveletek a következők:

Konjunkció:

$$\begin{gathered} x \text{ is } A \text{ and } x \text{ is } B \\ \mu_{A\cap B}(x) = \mu_A(x) \wedge \mu_B(x) \end{gathered} \tag{2.22}$$

Diszjunkció:

$$\begin{gathered} x \text{ is } A \text{ or } x \text{ is } B \\ \mu_{A\cup B}(x) = \mu_A(x) \vee \mu_B(x) \end{gathered} \tag{2.23}$$

Negálás:

$$\begin{gathered} x \text{ is not } A \\ \mu_{A^C}(x) = c(\mu_A(x)) \end{gathered} \tag{2.24}$$

Amennyiben a változókat különböző tartományokon értelmezzük, a logikai műveletek elvégzése előtt segítségül kell hívnunk a hengeres kiterjesztést. Legyen X_A és X_B két szorzattér, $x_A \in X_A$, $x_B \in X_B$, a fuzzy halmazok pedig $A \subset X_A$ és $B \subset X_B$ a hozzájuk tartozó μ_A és μ_B tagsági függvényekkel. Ekkor a fuzzy logikai műveletek a következők:

Konjunkció:

$$\begin{gathered} x_A \text{ is } A \text{ and } x_B \text{ is } B = \nu \text{ is } P \\ P = ce(A) \cap ce(B) \\ \mu_P(\nu) = \mu_A(x_A) \wedge \mu_B(x_B) \end{gathered} \tag{2.25}$$

Diszjunkció:

$$\begin{gathered} x_A \text{ is } A \text{ or } x_B \text{ is } B = \nu \text{ is } P \\ P = ce(A) \cup ce(B) \\ \mu_P(\nu) = \mu_A(x_A) \vee \mu_B(x_B) \end{gathered} \tag{2.26}$$

Itt $\wedge$ és $\vee$ rendre a megfelelő T- és S-normák, pl. $\wedge = \min$ és $\vee = \max$.

Fuzzy következtetés

A követketést a klasszikus bináris logikában igazságtáblázattal vagy a logikai műveleteket a szokásos $+, \cdot,$ módon adhatjuk meg:

$$a \to b = a \cdot b + \overline{a} \tag{2.27}$$

$$a \to b = \overline{a \cdot \overline{b}} = \overline{a} + b \tag{2.28}$$

A (2.27) egyenlet fuzzy logikai műveletekkel a Zadeh-féle következtetést adja, míg a (2.28) egyenlet a Kleene-Dienes következtetés alapja. Az alábbi következtetés ugyan nem felel meg a Boole-algebra szabályainak, mégis alapjául szolgál a Mamdani-féle implikációnak:

$$a \to b \approx a \cdot b \tag{2.29}$$

A Mamdani-féle következtetést, amely *min* vagy *dot* T-normát alkalmaz, gyakran használjuk, hiszen roppant egyszerűen implementálható. A következtetési szabály, a reláció és annak tagsági függvénye az alábbiak:

$$\begin{array}{l} a \to b : a \wedge b \\ R_M = ce(A) \bigcap ce(B) \\ \mu_{R_M}(a,b) = min\{\mu_A(a), \mu_B(b)\} \end{array} \tag{2.30}$$

Fuzzy tudásbázis

A fuzzy szabályozó "lelke" a tudásbázis, amely a következtetések szabályait tartalmazza, természetesen lingvisztikai formában. Legyen $x \in X$, $y \in Y$, A és B pedig fuzzy halmazok X és Y felett. A létező legegyszerűbb következtetés és annak Mamdani-féle megvalósítása a következő:
Következtetés:

$$\text{if } x \text{ is } A \text{ then } y \text{ is } B \tag{2.31}$$

Mamdani-féle következtetés:

$$\begin{aligned} A \to B &= ce(A) \cap ce(B) && (2.32)\\ \mu_{A\to B}(x,y) &= \mu_A(x) \wedge \mu_B(y) && (2.33)\\ A \to B &= \int_{X\times Y} \mu_A(x) \wedge \mu_B(y)/(x,y) && (2.34)\\ & && (2.35) \end{aligned}$$

Tehát $R = A \to B \subset X \times Y$ egy reláció az $X \times Y$ tartomány felett, azaz hatását y-ra úgy is felfoghatjuk, mint az R reláció projekcióját Y-ra, amiből a következő, fuzzy kompozíción alapuló szabály adódik a következtetésre:

$$Proj_Y(R) = Proj_Y(A \to B) = Proj_Y(ce(A) \cap ce(R)) = A \circ B \tag{2.36}$$

Egy általános fuzzy szabály alakja[2]

$$R_i : \text{ if } x_1 \text{ is } X_1^i \text{ and } \ldots \text{ and } x_N \text{ is } X_N^i \text{ then } y \text{ is } Y^i \tag{2.37}$$

[2] Természetesen *else* ág használata is lehetséges, de a gyakorlatban ritka, így ezzel most nem foglalkozunk.

A fenti egyenlet első része az *antecedens*, míg második része a *konzekvens* (következmény). Az egyenletben szereplő alsó indexek a változóra, míg a felső indexek a szabályra vonatkoznak. Egy fuzzy szabályozóban használt *tudásbázis* számos (itt n) szabály összessége:

$$R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i \tag{2.38}$$

Adatillesztés egy relációhoz

A fuzzy szabályozó "lelke" tehát a tudásbázis, a működés során azonban arra is szükségünk van, hogy a szabályokat az aktuálisan rendelkezésre álló mérési adatokhoz illesszük. Ezután választhatjuk ki, hogy mely szabály tüzel, azaz melyiket vesszük figyelembe a kimenet beállításához.

Legyen a szabálybázis $R = \bigcup_{i=1}^{n} R_i$, az adatok fuzzy halmaza pedig D [3] Ekkor a következtetés kompozíciós szabálya

$$C = D \circ R = D \circ \left(\bigcup_{i=1}^{n} R_i \right), \tag{2.39}$$

ahol C a kimenet (beavatkozás) fuzzy értelemben, amit természetesen a későbbiekben élessé kell alakítanunk.

Először tekintsük az adatok illesztését egyetlen fuzzy relációhoz. Tartozzon A_j a fuzzyfikált mérési adatok x_j^* változójához, X_j^i pedig jelölje az R_i reláció antecedens részének j.-ik tagsági függvényét. Mamdani-implikációt feltételezve ekkor az R reláció és a D bemeneti adat fuzzy formái a hegeres kiterjesztést a teljes szorzattérre értve a következők:

$$R_i = ce(X_1^i) \cap \ldots \cap ce(X_N^i) \cap ce(Y^i) \tag{2.40}$$

$$\mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{X_1^i} \wedge \ldots \wedge \mu_{X_N^i} \wedge \mu_{Y^i}(y) \tag{2.41}$$

$$D = ce(A_1) \cap \ldots \cap ce(A_N) \tag{2.42}$$

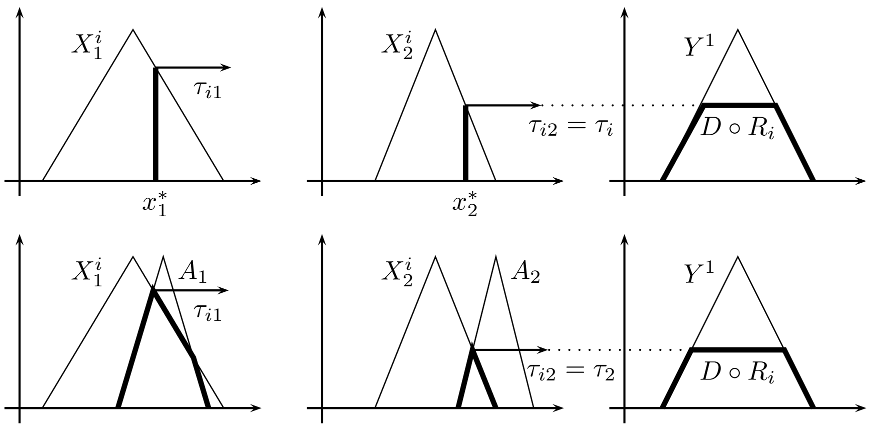
$$\mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \ldots \wedge \mu_{A_N}(x_N) \tag{2.43}$$

A (2.19) kompozíciós szabályt az R_i relációra alkalmazva:

$$D \circ R_i = Proj_Y(D \cap R_i) \tag{2.44}$$

$$\begin{aligned} \mu_{D \circ R_i}(y) &= \sup_{x_1,\ldots,x_N} \mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) \wedge \mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \\ &= \sup_{x_1,\ldots,x_N} [\mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \mu_{A_N}(x_N)] \wedge \left[\mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N) \wedge \mu_{Y^i}(y)\right] \end{aligned} \tag{2.45}$$

[3] Ez a feltevés éles adatokra is igaz, hiszen azok $x \to [0, 1]$ karakterisztikus függvénye a fuzzy tagsági függvény elfajuló esetének tekinthető.



Figyelembe véve a T-norma asszociatív tulajdonságát, a (2.45) egyenlet a következő formába írható át:

$$\begin{aligned}
\mu_{D\circ R_i} &= \sup_{x_1,\ldots,x_N} \left[\mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{X_1^i}(x_1)\right] \wedge \cdots \wedge \\
\wedge &\sup_{x_1,\ldots,x_N} \left[\mu_{A_N}(x_n) \wedge \mu_{X_1^N}(x_N)\right] \wedge \mu_{Y^i}(y) = \\
&= \left[\sup_{x_1} \mu_{A_1}(x_1) \wedge \mu_{X_1^i}(x_1)\right] \wedge \cdots \wedge \\
\wedge &\left[\sup_{x_N} \mu_{A_N}(x_N) \wedge \mu_{X_N^i}(x_N)\right] \wedge \mu_{Y^i}(y)
\end{aligned} \tag{2.46}$$

Vezessük be a következő *tüzelési értékeket*:

$$\tau_{ij} = \sup_{x_j} \mu_{A_j}(x_j) \wedge \mu_{X_j^i}(x_j) \tag{2.47}$$

$$\tau_i = \tau_{i1} \wedge \cdots \wedge \tau_{iN} \tag{2.48}$$

A tüzelési értékek felhasználásával a kompozíció tagsági függvénye egyszerűen felírható:

$$\mu_{D\circ R_i}(y) = \tau_i \wedge \mu_{Y^i}(y) \tag{2.49}$$

Kompozíció bázisú következtetés

Tekintsük a gyakorlatban gyakran előforduló esetet, amikor az $R = \bigcup_{i=1}^{n}$ tudásbázis több szabályt tartalmaz, és a szabályok uniója (vagy-kapcsolata) jelenti azt a szabályt, aminek alapján a kimenetet be kell állítanunk. Az R_i reláció alakja legyen

$$R_i : \underbrace{\text{if } x_1 \text{ is } X_1^i \text{ and } \ldots \text{ and } x_N \text{ is } X_N^i}_{\text{antecedens}} \text{ then } \underbrace{y \text{ is } Y}_{konzekvens} \tag{2.50}$$

Az antecedens (feltételrész) halmaza és tagsági függvénye:

$$B^i = ce(X_1^i) \cap \cdots \cap ce(X_N^i) \tag{2.51}$$

$$\mu_{B^i}(x_1, \ldots, x_N) = \mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N) \tag{2.52}$$

A következtetés és tagsági függvénye:

$$R_i = B^i \to Y^i \tag{2.53}$$

$$\mu_{R_i}(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{B^i \to Y^i}(x_1, \ldots, x_N, y) \tag{2.54}$$

A mérési adatok és tagsági függvényük (fuzzyfikálás vagy eredetileg is fuzzy A_j mérési adatok esetén):

$$D = ce(A_1) \cap \cdots \cap ce(A_N) \tag{2.55}$$

$$\mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) = \mu_{A_1}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{A_N}(x_N) \tag{2.56}$$

A fentiek alapján definiálható a kompozíció bázisú következtetés és a kimenet ebből következő tagsági függvénye:

$$D \circ R = D \circ \bigcup_{i=1}^{n} R_i = Proj_Y \left\{ D \circ \bigcup_{i=1}^{n} R_i \right\} \tag{2.57}$$

$$\begin{aligned} \mu_{D \circ R}(y) = & \sup_{x_1, \ldots, x_N} \mu_D(x_1, \ldots, x_N, y) \bigwedge \\ & \bigwedge \left\{ \bigvee_{i=1}^{n} \mu_{B^i \to Y^i}(x_1, \ldots, x_N, y) \right\} \end{aligned} \tag{2.58}$$

Sajnos $\mu_{D \circ R}$ meghatározása általában nehéz feladat.

2.3.4. Defuzzyfikáció

Bár az előbbiekben előállítottuk a kimenet fuzzy értékét, a valós életben szükséges éles beavatkozó jel (pl. $3.12V$) még nem áll rendelkezésünkre, ehhez előbb a fuzzy kimenetet élessé kell alakítanunk, azaz *defuzzyfikálnunk* kell azt. Elő kell állítanunk a leginkább valószínű éles numerikus értéket a $\mu_{D \circ A}(y)$ tagsági függvény alapján. Ehhez számos módszer áll rendelkezésünkre, melyek közül itt csak a legelterjedtebbeket ismertetjük.

Tömegközéppont-módszer

Amennyiben a tömegeloszlás y mentén $dm = \rho(y)d(y)$, akkor a tömegközéppont y_c helye kiszámítható az $my_c = \int y\rho(y)dy$ egyenlet alapján. Ennek analógiájára, sűrűség helyébe a kimenet tagsági függvényét helyettesítve a defuzzyfikáció *tömegközéppont-módszeréhez* (*Center Of Gravity, COG*) jutunk:

$$y^*_{COG} = \frac{\int y\mu_{D \circ R}(y)dy}{\int \mu_{D \circ R}(y)dy}, \tag{2.59}$$

vagy diszkrét esetben:

$$y^*_{COG} = \frac{\sum\limits_j y_j \mu_{D\circ R}(y_j)}{\sum\limits_j \mu_{D\circ R}(y_j)} \tag{2.60}$$

Összegközéppont-módszer

A tömegközéppont-módszer nem veszi figyelembe, ha $\mu_{D\circ R_1}$ és $\mu_{D\circ R_2}$ tagsági függvényei átlapolódnak. Ezzel szemben az *összegközéppont-módszer* (*Center Of Sums, COS*) az átlapolódó részeket multiplicitással veszi figyelembe (a hasonlatot továbbgondolva egy újabb "réteg" anyagot visz fel az átlapolódó y tartományon):

$$y^*_{COS} = \frac{\int y \sum\limits_i \mu_{D\circ R_i}(y)dy}{\int \sum\limits_i \mu_{D\circ R_i}(y)dy} = \frac{\sum\limits_i \int y\mu_{D\circ R_i}(y)dy}{\sum\limits_i \int \mu_{D\circ R_i}(y)dy} \tag{2.61}$$

Diszkrét esetben az integrál itt is összegzéssel helyettesítendő, és természetesen az élessé alakítás után a kimenet tetszőleges tartományra transzformálható, denormálható.

2.4. Mamdani-féle min-max következtetési algoritmus

Amennyiben Mamdani-féle implikációt választunk a következőképpen járhatunk el. Tekintsük a következtetés általános fomáját:

$$\mu_{D\circ R}(y) = \sup_{x_1,\ldots,x_N} \mu_D(x_1,\ldots,x_N,y) \bigwedge \left\{ \bigvee_{i=1}^{n} [\mu_{B^i}(x_1,\ldots,x_N,y) \wedge \mu_{Y^i}(y)] \right\}, \tag{2.62}$$

melybe helyettesítsük be az adatok és a relációk tagsági függvényeinek (2.43) és (2.41) szerinti alakját:

$$\begin{aligned}&\mu_{D\circ R}(y) = \\ &= \sup_{x_1,\ldots x_N} \left\{ \bigwedge_{i=1}^{N} \mu_{A_j}(x_j) \right\} \bigwedge \left\{ \bigvee_{i=1}^{n} \left[\left[\mu_{X_1^i}(x_1) \wedge \cdots \wedge \mu_{X_N^i}(x_N) \right] \wedge \mu_{Y^i}(y) \right] \right\} =\end{aligned} \tag{2.63}$$

$S = max$ és $T = min$ normákat választva:

$$\begin{aligned}&\mu_{D\circ R}(y) = \\ &= \sup_{x_1,\ldots x_N} \min \left\{ \min\{\mu_{A_1}(x_1),\ldots\}, \max_{1\le i\le n} \left\{ \min\left\{ \min\left\{ \mu_{X_1^i}(x_1),\ldots \right\}, \mu_{Y^i}(y) \right\} \right\} \right\}\end{aligned} \tag{2.64}$$

Vegyük észre, hogy

$$\min\left\{\min\left\{\mu_{X_1^i}(x_1),\ldots\right\},\mu_{Y^i}(y)\right\} = \min\left\{\mu_{X_1^i}(x_1),\ldots,\mu_{X_N^i}(x_N),\mu_{Y^i}(y)\right\} \tag{2.65}$$

így (2.64) tovább alakítható:

$$\begin{aligned}&\mu_{D\circ R}(y) = \\ &= \sup_{x_1,\ldots x_N}\min\left\{\min\left\{\mu_{A_1}(x_1),\ldots\right\},\max_{1\le i\le n}\left\{\min\left\{\mu_{X_1^i}(x_1),\ldots,\mu_{Y^i}(y)\right\}\right\}\right\}\end{aligned} \tag{2.66}$$

Mivel a $\min\{\mu_{A_1}(x_1),\ldots\}$ tag minden relációra azonos (független i-től), ezért bevihetjük a maximumképzés belsejébe és ott összevonhatjuk a másik minimumképzéssel:

$$\begin{aligned}&\mu_{D\circ R}(y) = \\ &= \sup_{x_1,\ldots x_N}\min\left\{\max_{1\le i\le n}\left\{\min\left\{\mu_{A_1}(x_1),\ldots\right\},\min\left\{\mu_{X_1^i}(x_1),\ldots,\mu_{Y^i}(y)\right\}\right\}\right\} = \\ &= \sup_{x_1,\ldots x_N}\min\left\{\max_{1\le i\le n}\left\{\min\left\{\mu_{A_1}(x_1),\ldots,\mu_{X_1^i}(x_1),\ldots,\mu_{Y^i}(y)\right\}\right\}\right\}\end{aligned} \tag{2.67}$$

A belső minimumképzést átalakíthatjuk úgy, hogy az x_j változókon értelmezett tagsági függvények minimumát páronként külön-külön számítjuk:

$$\mu_{D\circ R}(y) = \sup_{x_1,\ldots x_N}\min\left\{\max_{1\le i\le n}\left\{\min\left\{\min\left\{\mu_{A_1}(x_1),\mu_{X_1^i}(x_1)\right\},\ldots,\mu_{Y^i}(y)\right\}\right\}\right\} \tag{2.68}$$

A supremumokat így vehetjük a változókat tartalmazó párokra, a maximumképzést előre hozva pedig adódik, hogy

$$\mu_{D\circ R}(y) = \max_{1\le i\le n}\left\{\min\left\{\min\left\{\sup_{x_1}\min\left\{\mu_{A_1}(x_1),\mu_{X_1^i}(x_1)\right\},\ldots\right\},\mu_{Y^i}(y)\right\}\right\} \tag{2.69}$$

Rövidebb formában, a (2.47) és (2.48) definiált tüzelési értékeket felhasználva:

$$\mu_{D\circ R_i}(y) = \min\left\{\min_j \tau_{ij},\mu_{Y^i}(y)\right\} = \min\left\{\tau_i,\mu_{Y^i}(y)\right\} \tag{2.70}$$

$$\mu_{D\circ R}(y) = \max_i \mu_{D\circ R_i}(y) \tag{2.71}$$

kövezkeztetés menetét a 2.5 ábra illusztrálja.

A Mamdani-féle min-max következtetési algoritmus ennek megfelelően igen egyszerű:

1. τ_{ij} kiértékelése minden bemeneti változóra és szabályra:

$$\tau_{ij} = \begin{cases}\mu_{X_j^i}(x_j^*) & \text{éles } x_j \text{ bemenet esetén}\\ \sup_{x_j}\min\left\{\mu_{A_j}(x_j),\mu_{X_j^i}(x_j)\right\} & \text{egyébként}\end{cases}$$

2. τ_j kiértékelése minden szabályra:

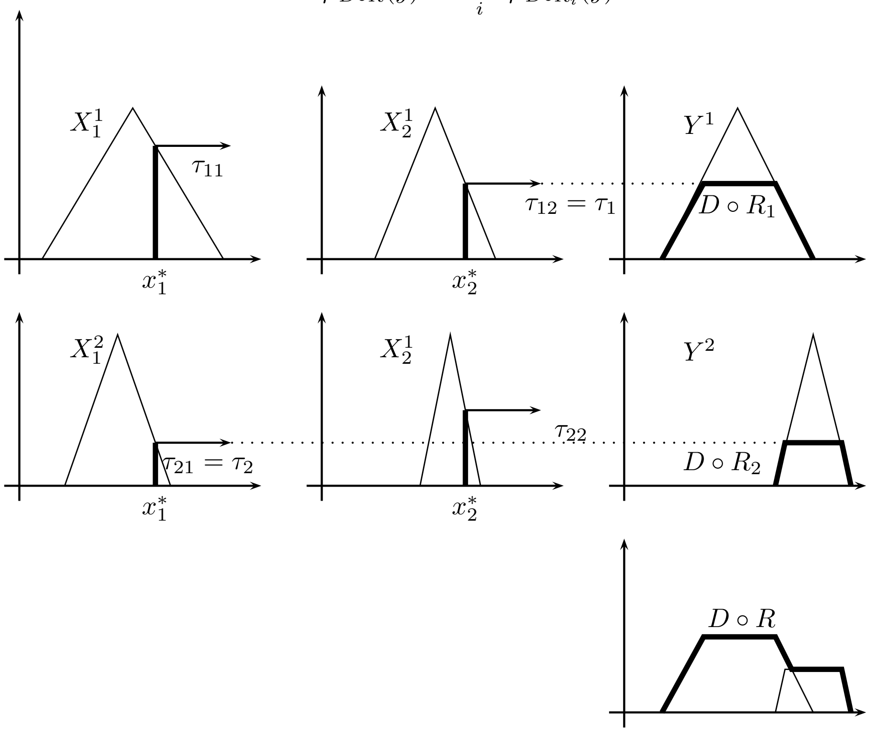
$$\tau_i = \min_j \tau_{ij}$$

3. $\mu_{D\circ R_i}(y)$ kiértélése minden y-ra:

$$\mu_{D\circ R_i}(y) = \begin{cases} \mu_{Y^i}(y) & \text{ha } \mu_{Y^i}(y) \leq \tau_i \\ \tau_i & \text{egyébként} \end{cases}$$

4. A kimenet tagsági függvényének kiértékelése minden y-ra:

$$\mu_{D\circ R}(y) = \max_i \mu_{D\circ R_i}(y)$$



2.5. ábra. Mamdani-féle min-max következtetés illusztrációja két bemeneti változó és két szabály mellett

2.5. PD-típusú fuzzy logikai szabályozó

Egy egyszerű mintavételes PD-szabályozó irányítási algoritmusa

$$u_k = k_P e_k + k_D \Delta e_k \tag{2.72}$$

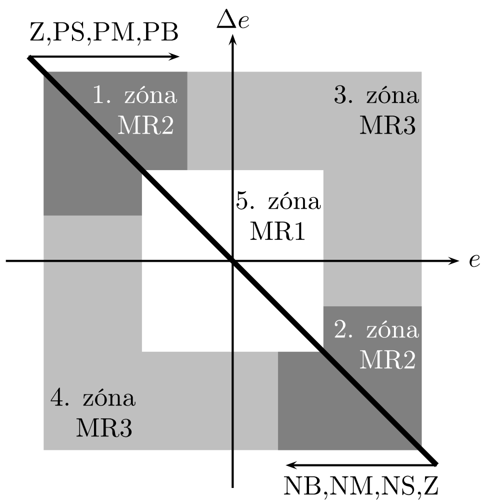
A szabályozó realizálására MacVicar-Whelan három metaszabály alkalmazását javasolja:

1. Ha mind az e_k hiba, mind pedig annak Δe_k megváltozása nulla, akkor tartsuk meg az aktuális beavatkozást!

2. Ha az e_k hiba megfelelő mértékben tart nullához, akkor tartsuk meg az aktuális beavatkozást!

3. Ha az e_k hiba nem önkorrigáló, akkor változtassunk a beavatkozáson az e_k és Δe_k előjelétől és nagyságától függő Δu_k mértékben!

A szabályok alkalmazásához a következő gondolatmenettel élünk. Tekintsük a mintavételes PD-szabályozót $K_{PN} = 1$ és $K_{DN} = 1$ normalizált erősítésekkel, és ábrázoljuk az $e, \Delta e$ síkot. Vezessük be az $s = u$ jelölést és egészítsük ki az alábbi ábrát az $s = 0$ kapcsológörbével! Világos, hogy a kapcsológörbe mentén $s = e + \Delta e = 0 \Rightarrow e = -\Delta e$.



2.6. ábra. A MacVicar–Whelan metaszabályok alkalmazásának zónái

A 2.6 ábrán bejelöltük a MacVicar-Whelan metaszabályok feltételrészeinek megfelelő zónákat és azt, hogy azokban mely szabályokat kell alkalmazni. Az 5. zónában mind a hiba, mind annak megváltozása nagyon kicsi, közelítőleg nulla, így az első metaszabály értelmében a beavatkozó jelet változatlanul hagyjuk. Az 1. zónában a hiba ugyan nagyobb, de a negatív hibához pozitív hibaderivált társul, azaz a hiba önkorrigáló, nullához tart. Azaz az 1. zónában (és hasonló megfontolás alapján a 2. zónában is) a második metaszabályt alkalmazzuk. Ezzel szemben a 3. és 4. zónában a hiba és annak előjele megegyezik, azaz nem önkorrigáló, így mindenképpen új beavatkozó jelre van szükség.

A negatív visszacsatolás és a hiba $e = y_d - y$ értelmezése miatt az $s = 0$ kapcsológörbe felett pozitív, míg alatta negatív beavatkozásra van szükség. A kapcsológörbe mentén e és Δe egyenlő nagyságrendű, előjelük pedig ellentétes,

		e						
		NB	NM	NS	Z	PS	PM	PB
Δe	PB	Z	PS	PM	PM	PB	PB	PB
	PM	NS	Z	PS	PM	PM	PB	PB
	PS	NM	NS	Z	PS	PM	PM	PB
	Z	NM	NM	NS	Z	PS	PM	PM
	NS	NB	NM	NM	NS	Z	PS	PM
	NM	NB	NB	NM	NM	NS	Z	PS
	NB	NB	NB	NB	NM	NM	NS	Z

2.1. táblázat. PD típusú fuzzy logikai szabályozó szabálybázisa

így ott az $u = e + \Delta e = 0$ beavatkozás-változás választható, ami a Z (zero) fuzzy értéknek felel meg. Mivel az ábra jobb felső sarkában a hiba nem önkorrigáló, ezért a bal felsőtől a jobb felső sarok felé haladva egyre nagyobb Z,PS,PM,PB beavatkozásváltozásra van szükség (azonos fuzzy értékekkel a kapcsológörbével párhuzamos átlók mentén). A szimmetriának megfelelően a jobb alsó saroktól a bal alsó felé haladva egyre csökkenő Z,NS,NM,NB beavatkozás-változást kell előírnunk.

A hiba és hibaderivált E^i és ΔE^i fuzzy halmaz-párokra az alábbi relációk írható fel:

$$R_i: \text{ if } e \text{ is } E^i \text{ and } \Delta e \text{ is } \Delta E^i \text{ then } u \text{ is } U^i \tag{2.73}$$

A megfelelő U^i értékeket E^i és ΔE^i függvényében a 2.1 táblázat tartalmazza[4].

[4]PI-típusú fuzzy logikai szabályozó hasonló elvek szerint tervezhető.

3. fejezet

A mérés menete

3.1. A szabályozandó rendszer

A szabályozandó rendszer egy szabad kifolyású víztartály. Ahogy az a 3.1 ábrán is látható, a tartályt a beömlő csövön keresztül töltjük fel, míg a tartály alján lévő kifolyó csövön keresztül folyamatosan kiáramlik a víz. A beömlő csövön található szeleppel szabályozható a beömlő víz mennyisége.

A víztartály differenciálegyenletéhez a Bernoulli-törvényt használjuk fel:

$$\frac{p}{\rho g} + h + \frac{v^2}{2g} = \text{állandó}, \tag{3.1}$$

ahol p és v a folyadék nyomása és sebessége h magasságban, ρ annak sűrűsége, g pedig a gravitációs állandó. Felírva a Bernoulli-egyenletet a $h = H$ vízszint magasságában (ahol a sebesség $v = 0$) és a tartály alján ($h = 0$, $v = v_k$):

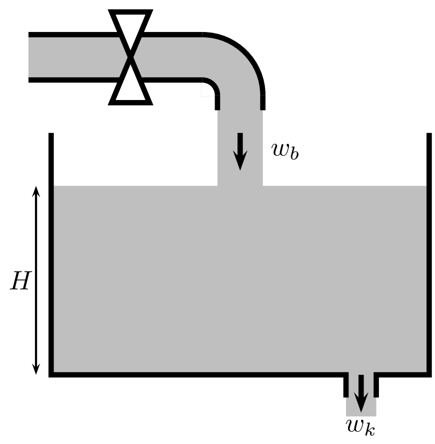
$$\frac{p_0}{\rho g} + H + 0 = \frac{p_0}{\rho g} + 0 + \frac{v_k^2}{2g} \tag{3.2}$$

Az egyenletet átrendezve adódik:

$$v_k = \sqrt{2gH} \tag{3.3}$$

Jelölés	Érték	Jelentés
A_t	$1m^2$	a hengeres tartály alapterülete
A_k	$0.05m^2$	a kifolyó cső keresztmetszete
p_0	$1atm$	atmoszferikus nyomás
H	$[m]$	vízszint
w_b	$[\frac{m^3}{s}]$	befolyó térfogatáram
w_k	$[\frac{m^3}{s}]$	kifolyó térfogatáram
v_k	$[\frac{m}{s}]$	kifolyó folyadék sebessége

3.1. táblázat. A tartály paraméterei és a felhasznált változók



3.1. ábra. Szabad kifolyású víztartály

A kifolyó térfogatáram a kifolyó folyadék sebességének és a kifolyó cső keresztmetszetének szorzata:

$$w_k = A_k\sqrt{2gH} \tag{3.4}$$

A tartályban lévő folyadék mennyisége a beömlő és kiömlő térfogat különbsége, így a vízszint

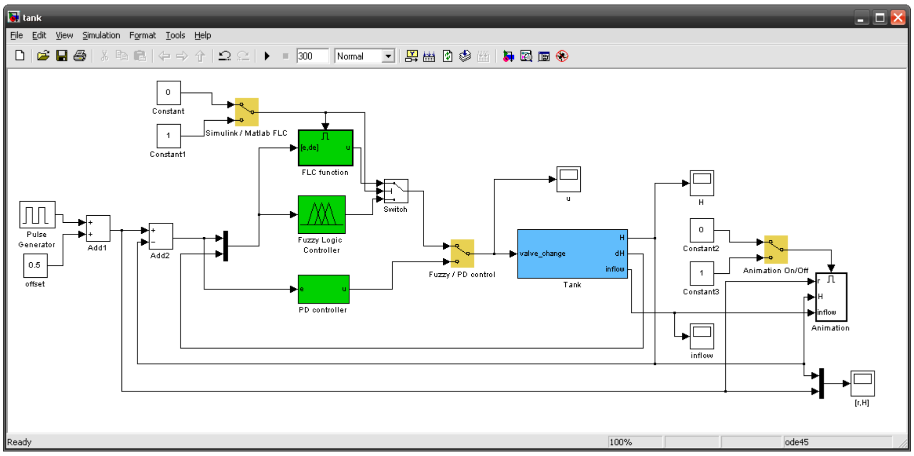
$$H = \frac{1}{A_t}\int (w_b - w_k)\,dt \tag{3.5}$$

Innen a tartály differenciálegyenlete:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{A_t}(w_b - w_k) = \frac{1}{A_t}(w_b - A_k\sqrt{2gH}) \tag{3.6}$$

Beavatkozásra a beömlő térfogatáram változtatásával van lehetőségünk, amelyet egy szelepen keresztül szabályozhatunk. A szelep folytonos, teljesen nyitott állapotában $1m^3$ folyadék áramlik a tartályba másodpercenként. Az u beavatkozó jel a szelep nyitásának/zárásának (előjeles) sebessége. A rendszerhez kapcsolt egyetlen érzékelő a tartály H szintjét méri, így a kimenet $y = H$. A hibajel a referencia-szint és az aktuális folyadékszint különbsége: $e = r - y$. Figyelem! A negatív visszacsatolás értelmében a negatív hiba azt jelenti, hogy a vízszint az előírt referenciaérték *felett* van! A megfelelő szabályozáshoz szükségünk van még a hiba Δe deriváltjára is, amit numerikusan számított differenciállal közelítünk.

A beavatkozó jel egy 1 körüli, 0.5 amplitúdójú négyszögjel, az $e = r - H$ hiba értékét pedig a $[-1, 1]$ tartományba normáljuk (a vízszint nem lehet magasabb 2 méternél, hiszen akkor a tartály túlcsordul). A hibaderivált értékét a $[-0.1, 0.1]$, míg a megengedhető beavatkozó jeleket a $[-1, 1]$ tartományra korlátozzuk.



3.2. ábra. A szabályozási rendszer Simulink-modellje

3.2. A szabályozási rendszer Simulink-modellje

Mivel a víztartály modellje nemlineáris, így a teljes szabályozási rendszert Simulink-ben valósítottuk meg. A modell a 3.2 ábrán látható.

Balról jobbra haladva a diagramon a következő főbb elemek találhatók. Bal oldalon a referenciajel előállításáért felelős `Signal Generator` blokk egy 1 amplitúdójú négyszögjelet állít elő, amiből az offset hozzáadásával 0.5m és 1.5 m között változó alapjelet kapunk. A különbségképzéssel kapott hibajel a tartálymodell kimeneteként előálló `dH` jellel (a vízszint változásának sebessége) együtt alkotja a különböző típusú szabályozók bemenetét.

A zöld színnel jelölt szabályozóblokkok közül az első egy folytonos PD-szabályozó (`PD controller`), mely természetesen csak magát a hibajelet kapja meg. Ezt a szabályozót azért szerepeltetjük a diagramban, hogy a megtervezett fuzzy szabályozót összehasonlíthassuk a klasszikus irányítási módszer eredményeivel. Fuzzy szabályozóból kettő is található a modellben, a `Fuzzy Logic Controller` nevű a Simulink Fuzzy Logic Toolbox könyvtárának eleme. Ez a blokk egy már megtervezett és a munkatérben jelen lévő (ld. 3.3 alfejezet) fuzzy rendszert szimulál. A szimulálandó fuzzy rendszert tartalmazó változót a blokkra duplán kattintva adhatjuk meg. A másik fuzzy szabályozó az `FLC function` névre hallgat. Ez a blokk egy engedélyezett alrendszer, melynek belsejében csupán az `fctrl(u)` Matlab-függvény kerül meghívásra (ezt a függvényt kell majd megírni a mérés során). A PD és fuzzy szabályozók, illetve a beépített FLC-blokk és a saját Matlab-függvény között a `Fuzzy / PD control` illetve a `Simulink / Matlab FLC` kapcsolókkal lehet választani.

A diagram kékkel jelölt blokkja tartalmazza a víztartály szeleppel kiegészített nemlineáris modelljét, melynek kimenetei a vízszint (`H`), a vízszint változásának sebessége (`dH`) valamint a befolyó térfogatáram (`inflow`). Ezek a megfelelő oszcilloszkópokon külön-külön is megtekinthetők, míg az `[r,H]` elnevezésű oszcilloszkóp az alapjel és a vízszint értékét egy ábrára rajzolva mutatja. Az `Animation On/Off` kapcsoló segítségével aktiválható egy ablak, mely grafikus felületen, animálva mutatja a tartályban lévő vízszint változását. A szimulációt végző számítógép teljesítményétől függően az animáció jelentősen lelassíthatja a futást, így gyengébb konfiguráción futtatva célszerű azt kikapcsolni.

3.3. Fuzzy szabályozó tervezése a Matlab Fuzzy Logic Toolbox szolgáltatásaival

A Matlab Fuzzy Logic Toolbox[1] számos szolgáltatást nyújt fuzzy logikai szabályozók tervezésének, szimulációjának és implementációjának támogatására [3].

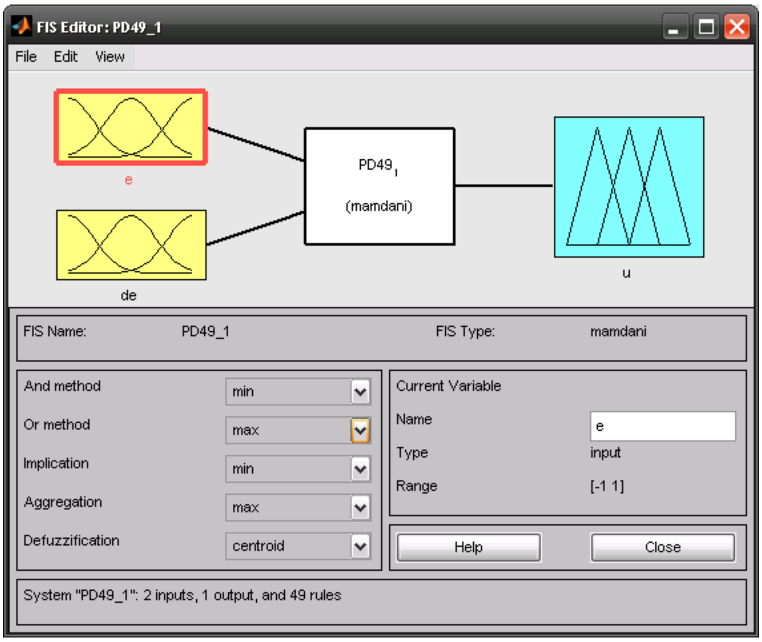
A FIS Editor

A tervezést a grafikus felhasználói felületet biztosító *FIS Editor* könnyíti meg, melyet a `fuzzy` parancs begépelésével vagy a Matlab Start menüjéből indíthatunk el. Az indítás után a 3.3 ábrán látható felhasználói felület jelenik meg, mely két fő részre osztható. A felső részben grafikusan látható az éppen szerkesztett fuzzy logikai szabályozó, annak bemenetei és kimenetei. A hatásvázlat megfelelő részére kattintva érhetőek el további szolgáltatások, melyeket később ismertetünk. Az ablak alsó, sötétszürke hátterű részében a fuzzy rendszer paraméterei határozhatók meg. A bal oldali oszlopban a felhasznált S- és T-normák, az implikáció valamint a defuzzyfikáció módja állítható be. A jobb oldali oszlopban egy bemeneti vagy kimeneti változóra kattintva annak neve, típusa (bemenet vagy kimenet) és értelmezési tartománya látható. Itt van lehetőségünk a bemenet nevének (pl. *homerseklet*) megadására is. Amennyiben szeretnénk új bemeneti vagy kimeneti változót felvenni, azt az `Edit > Add Variable > Input` illetve az `Edit > Add Variable > Output` menüparancsokkal tehetjük meg. Az új változó azonnal megjelenik a hatásvázlaton is.

Membership Function Editor

A bemeneti és kimeneti változókhoz rendelt fuzzy tagsági függvények szerkesztésére a *Membership Funcion Editor* szolgál, melyet a hatásvázlaton egy változóra kétszer kattintva vagy az `Edit > Membership Functions` menüparanccsal indíthatunk el. A Membership Function Editor felülete a 3.4 ábrán látható. Az ablak felső részében a rendszer bemeneti és kimeneti változói, valamint az éppen kiválasztott változó tagsági függvényei láthatók. *A tagsági függvények szerkesztése előtt válasszuk ki az ablak bal felső sarkában a megfelelő változót! A Membership Function Editor indításakor ez mindig az első bemeneti változó.*

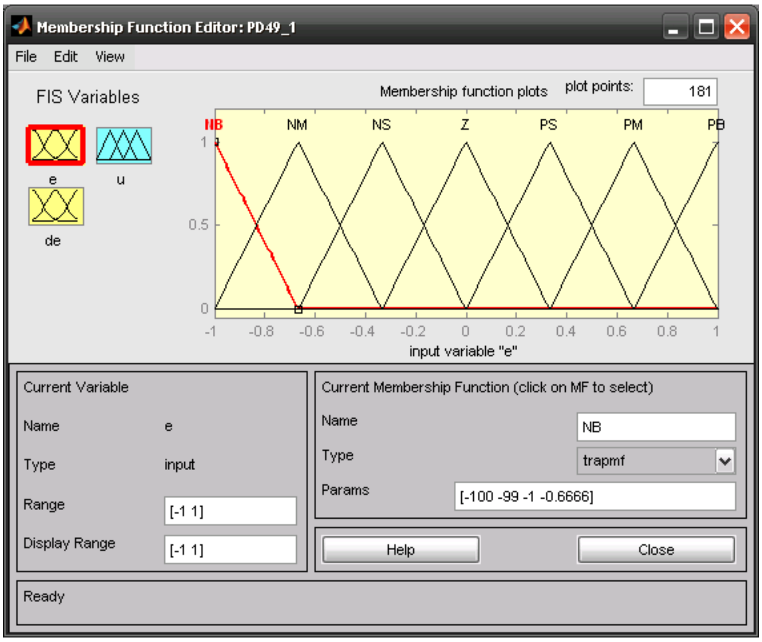
[1] Jelen mérési útmutatóban a Matlab R2006a és a Fuzzy Logic Toolbox 2.2.3 verzióját ismertetjük, de sem a korábbi, sem a (mérési útmutató megjelenéséig ismert) későbbi verziók esetében sincs lényegi eltérés a bemutatott funkciókban.



3.3. ábra. A FIS Editor főablaka

A tagsági függvények szerkesztése előtt mindenképpen be kell állítani a változó értelmezési tartományát, amit az ablak alsó, sötétszürke hátterű részének bal oszlopában, a `Range` beviteli mezőben tehetünk meg. A `Display Range` paraméter azt befolyásolja, hogy a Membership Function Editor grafikusan milyen tartományban ábrázolja a tagsági függvényeket, ezt (hacsak nem nagy értelmezési tartományon használunk sok, keskeny tagsági függvényt) érdemes az értelmezési tartománnyal egyező értéken hagyni.

Egy tagsági függvény paramétereinek beállításához először ki kell választanunk az adott tagsági függvényt, amit az ablak felső részében a megfelelő görbére kattintva tehetünk meg. Ezután az ablak alsó részének jobb oldali oszlopában módosíthatjuk a kijelölt tagsági függvény paramétereit. A `Name` beviteli mező segítségével adhatjuk meg a tagsági függvényhez rendelt lingvisztikai változót (pl. *huvos*), míg a `Type` legördülő menüvel definiálhatjuk annak típusát. A Membership Function Editor számos típusú tagsági függvényt ismer, ezek közül legfontosabbak a háromszög (`trimf`), a Gauss (`gaussmf`) és a trapéz (`trapmf`) típusúak. A tagsági függvények pontos alakját a `Params` mezőben adjuk meg egy paramétervektor formájában. A vektor elemei háromszög alakú tagsági függvény esetében a háromszög csúcsainak x-koordinátái `[bal talppont, csúcs, jobb talppont]` formában, Gauss tagsági függvény esetében [σ, $\overline{x}$], míg trapéz alakú tagsági függvény esetében a trapéz csúcsainak x-koordinátái `[bal talppont, plató bal csúcs, plató jobb csúcs, jobb talppont]` formában. A tagsági függvények alakja grafikusan is módosítható, a függvényre kattintva azt, vagy

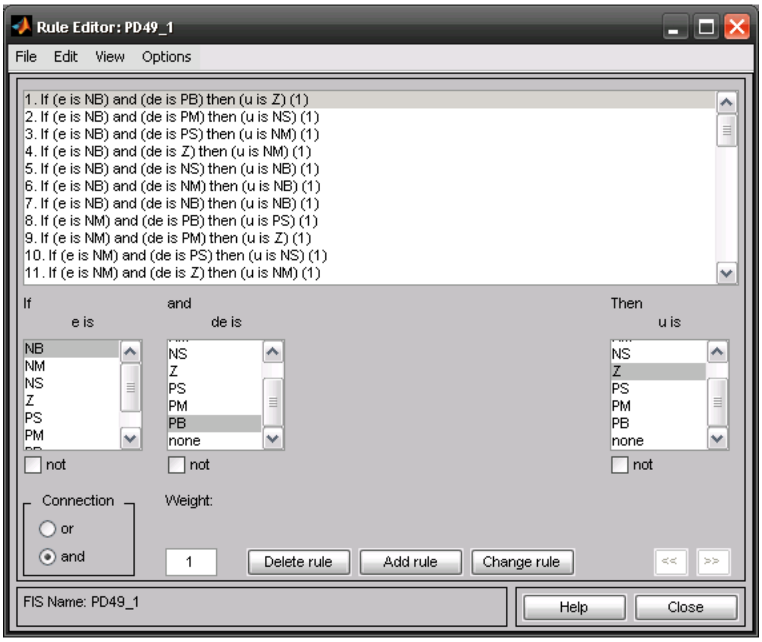


3.4. ábra. A Membership Function Editor főablaka

annak csúcspontjait mozgatva.

Rule Editor

A következtetési szabályokat a *Rule Editor* segítségével adhatjuk meg, amit a FIS Editorban a hatásvázlat középső, fehér színű, a következtetést jelképező elemére kattintva vagy az `Edit > Rules` menüparanccsal indíthatunk el. A Rule Editor ablaka, mely a 3.5 ábrán látható, két részre oszlik. Az ablak felső részében a definiált szabályok láthatók szöveges formában, míg az ablak alsó része azok szerkesztésére illetve új szabályok felvitelére szolgál. A szabályokat egyszerűen, néhány kattintással adhatjuk meg. Ki kell választanunk, hogy az antecedens részben mely változók mely lingvisztikai értéke szerepel. Ezt az ablak alsó részében bal oldalon, a bemeneti változókat és a hozzá tartozó lingvisztikai változókat felsoroló listák segítségével tehetjük meg. Amennyiben az adott szabályban egy változó nem szerepel, úgy a hozzá tartozó listában a `none` értéket kell kiválasztanunk. Hasonlóan járhatunk el az ablak jobb oldalán felsorolt kimeneti változókkal is. Az ablak bal alsó részében megadhatjuk a szabályban szereplő tagsági függvények kapcsolatát, ami az általunk használt relációtípusban csak a bemenetekre vonatkozik és mindig ÉS, azaz `and` értékű. Az `Add rule` gombra kattintva adhatjuk hozzá az új szabályt a szabálybázishoz. Amennyiben az ablak felső részében kiválasztunk egy szabályt, az alsó rész listáiban automatikusan kiválasztásra kerülnek a megfelelő értékek. Ezeket módosíthatjuk,



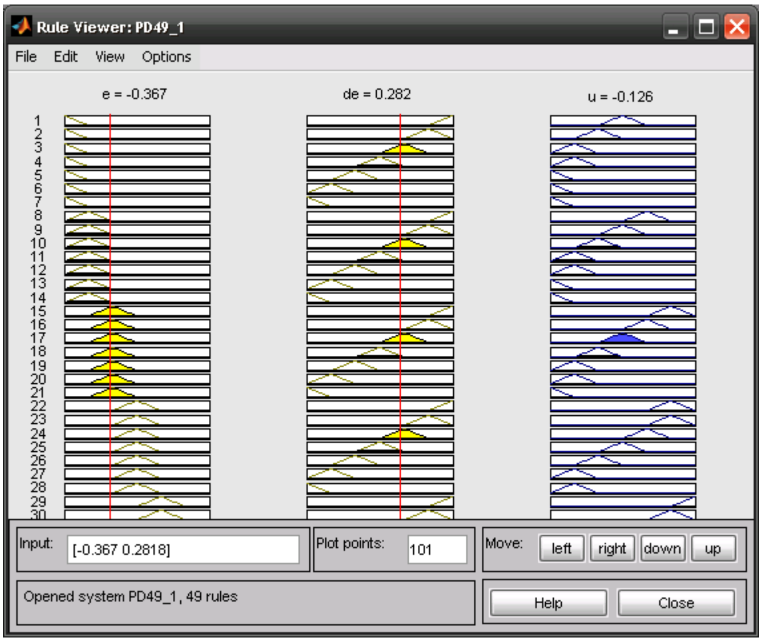
3.5. ábra. A Rule Editor főablaka

majd a változásokat a `Change Rule` gombra kattintva juttathatjuk érvényre. A szabály törlésére értelemszerűen a `Delete Rule` gomb szolgál.

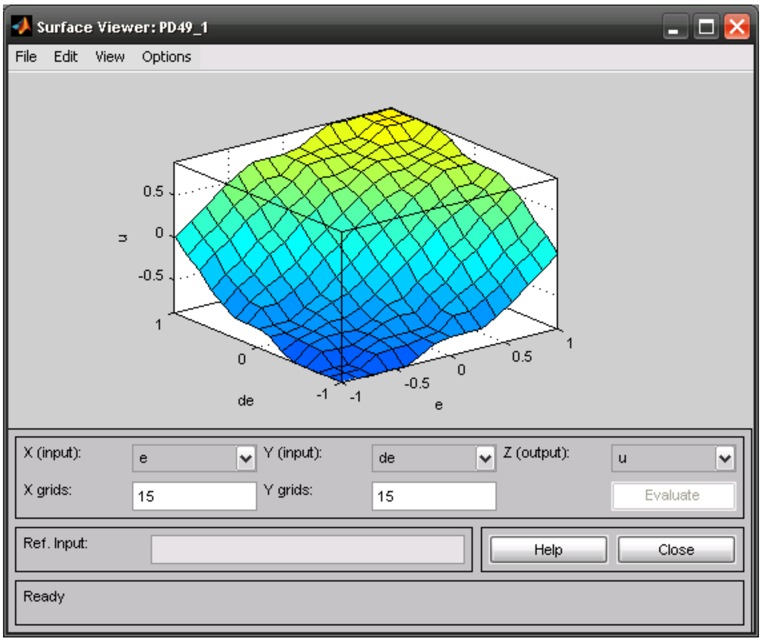
Egyéb szolgáltatások

A FIS Editornak két további, olykor hasznos de mindenképpen érdekes információkat nyújtó szolgáltatása van. A *Rule Viewer* (3.6 ábra) a bemeneti változók értékeinek függvényében szemlélteti a tüzelési értékeket és a kimeneti fuzzy változók értékeinek változását. Az éles bemeneti változók értékeit jelképező piros vonalakat az egérrel mozgatva szemléletesen láthatjuk, hogy a bemenetek kombinációja esetén melyik szabály(ok) tüzel(nek) és milyen mértékben. A *Surface Viewer* (3.7. ábra) két bemenet és egy kimenet kiválasztása esetén használható, és egy három dimenziós felületen mutatja meg, hogy milyen bemeneti változó kombinációk esetén mi lesz az éles kimenet értéke.

Az elkészített logikai szabályozó a `File > Export > To Disk...` menüparanccsal vagy a `Ctrl+S` billentyűkombinációval menthető egy .fis kiterjesztésű állományba. Fontos, hogy a rendszert a munkatérbe is exportáljuk a `File > Export > To Workspace...` menüparanccsal vagy a `Ctrl+T` billentyűkombinációval! Ennek hiányában az elkészített szabályozó (vagy az azon elvégzett változtatások) nem jelenik meg a munkatér változói között, így a Simulink modellben található FLC blokk nem fog (megfelelően) működni. Fuzzy logikai szabályozó betöltése a munkatérből illetve a háttértárról hasonló módon történik.



3.6. ábra. A Rule Viewer főablaka



3.7. ábra. A Surface Viewer főablaka

4. fejezet

Mérési feladatok

1. feladat

A Matlab Fuzzy Logic Toolbox segítségével tervezzen PD-típusú fuzzy logikai szabályozót a víztartály modelljéhez a bemeneteken Gauss-, míg a kimeneteken háromszög alakú tagsági-függvényekkel! Törekedjen minél kevesebb tagsági függvényre és szabályra, azonban ez ne menjen a szabályozás minőségi jellemzőinek rovására!

Ügyeljen a változók értelmezési tartományára és előjelük jelentésére!

2. feladat

Implementálja az 1. feladatban megtervezett fuzzy logikai szabályozót az alábbi előírások szerint, Mamdani–féle min-max következtetést és tömegközéppont-defuzzyfikációt használva!

- A tagsági függvényeket változónként egy-egy mátrix soraiban tároljuk. Háromszög alakú tagsági függvény esetén a mátrix egyes tagsági függvényeknek megfelelő sorai `[bal talppont, csúcs, jobb talppont]`, míg Gauss-típusú tagsági függvények esetén $[\sigma, \overline{x}]$ formátumúak.
- A szabályokat szintén egy mátrix sorai definiálják. A sorok első N_{input} sora az antecedens-részt tartalmazza, elemei a megfelelő változók adott tagsági függvényeinek sorszámai. A sor utolsó eleme a konzekvens-rész tagsági függvényének sorszáma.
- A defuzzyfikáció során ossza fel a kimenetet annak értelmezési tartományán ekvidisztánsan elhelyezkedő diszkrét $[-1, -0.99, \ldots, 0.99, 1]$ pontokra és a konzekvens-részek tagsági függvényeit azokban értékelje ki!
- A szabályozót a `function y=fctrl(x,in1mfs,in2mfs,outmfs,rules)` függvényben valósítsa meg! Az `x` vektor a mérési adatokat, `in1mfs`, `in2mfs` és `outmfs` mátrixok a be- és kimenetek tagsági függvényeit míg a `rules` mátrix a szabálybázist tartalmazza.

Irodalomjegyzék

[1] Lantos Béla, *Fuzzy Systems and Genetic Algorithms*, Műegyetemi Kiadó, 2002.

[2] Harmati István, *Fuzzy rendszerek és genetikus algoritmusok*, előadásvázlat (`http://www.iit.bme.hu/~harmati/~oktatas`)

[3] *Fuzzy Logic Toolbox 2 User's Guide*, Mathworks Inc., 2009 (`http://www.mathworks.com/access/helpdesk/help/toolbox/fuzzy/`)