6. gyakorlat

F1.

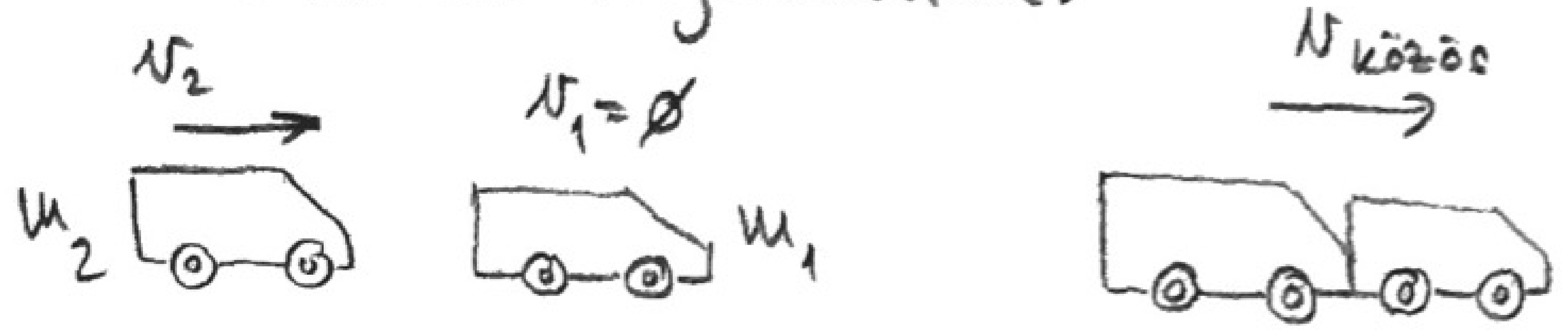
$m_1 = 1800\ kg$

$m_2 = 900\ kg$

$v_2 = 20{,}0\ \frac{m}{s}$

$v_{közös} = ?$

a) Az autók összetapadnak → az ütközés tökéletesen rugalmatlan.



ütközés előtt   ütközés után

Az impulzus megmarad:

$$m_2 v_2 + m_1 \cdot \emptyset = (m_1 + m_2)\, v_{közös},$$

ebből:

$$v_{közös} = \frac{m_2}{m_1+m_2} v_2 = \underline{\underline{13{,}3\ \frac{m}{s}}}$$

b.) Az $m_1 \Leftrightarrow m_2$ cserét kell végrehajtani:

$$v'_{közös} = \frac{m_1}{m_1+m_2} v_2 = \underline{\underline{6{,}67\ \frac{m}{s}}}$$

F2.

$\underline{v}_1 = 3\underline{i} - 2\underline{j}$

$\underline{v}_2 = 4\underline{j} - 6\underline{k}$

$m_1 = 1kg$

$m_2 = 2kg$

Tökéletesen rugalmatlan ütközés, impulzus megmarad:

$$m_1 \underline{v}_1 + m_2 \underline{v}_2 = (m_1 + m_2)\, \underline{v}_{közös}$$

$$3\underline{i} - 2\underline{j} + 8\underline{j} - 12\underline{k} = 3\, \underline{v}_{közös}$$

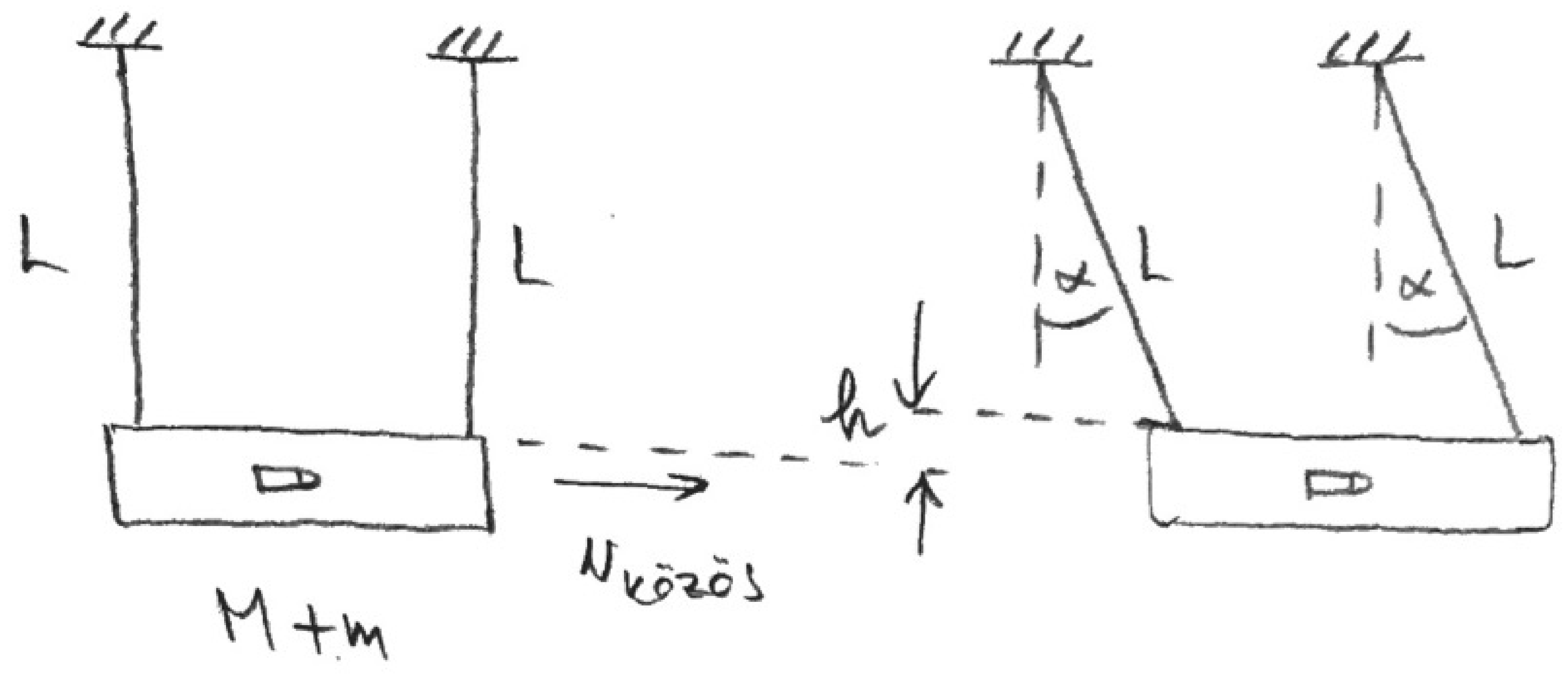
$$\underline{v}_{közös} = \underline{i} + 2\underline{j} - 4\underline{k}$$

$$|\underline{v}_{közös}| = \sqrt{1^2 + 2^2 + (-4)^2}$$

$$|\underline{v}_{közös}| = \underline{\underline{4{,}58\ \frac{m}{s}}}$$

F3.

a.) A belefúródás után a mechanikai energia már megmarad.



Mech. energiamegmaradás:

$$\frac{1}{2}(M+m)v_{közös}^2 = (M+m)gh, \text{ ahol } h = L(1-\cos\alpha)$$

$$v_{közös} = \sqrt{2gL(1-\cos\alpha)}$$

$$v_{közös} = \underline{\underline{1{,}03\ \frac{m}{s}}}.$$

b.) Az ütközésre teljesül az impulzusmegmaradás:

$$mv_0 + M\cdot\emptyset = (M+m)v_{közös}$$

$$v_0 = \frac{M+m}{m}v_{közös} = \underline{\underline{52{,}3\ \frac{m}{s}}}$$

c.) Általános energiamegmaradás:

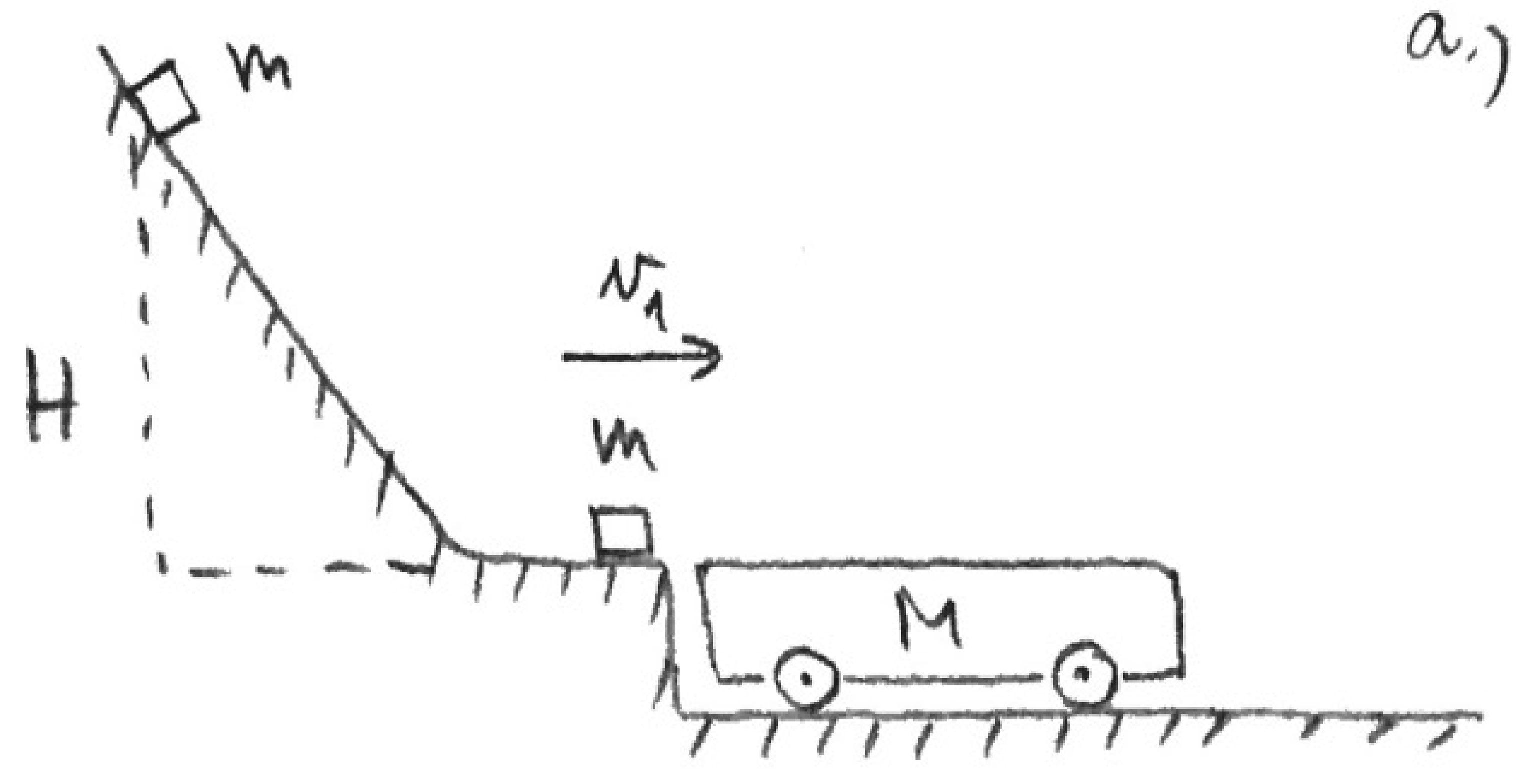
$$\underbrace{\frac{1}{2}mv_0^2}_{E_{kin}^{kezdeti}} = \underset{\substack{\uparrow \\ \text{hő}}}{Q} + \frac{1}{2}(M+m)v_{közös}^2,$$

ebből:

$$\gamma = \frac{Q}{\frac{1}{2}mv_0^2} = 1 - \frac{\cancel{\frac{1}{2}}(M+m)v_{közös}^2}{\cancel{\frac{1}{2}}mv_0^2} = 1 - \frac{M+m}{m}\left(\frac{m}{M+m}\right)^2 = 1 - \frac{m}{M+m}$$

$$\underline{\underline{\gamma = 0{,}98 = 98\,\%}}.$$

F4.



a.) A lecsúszásra érvényes a mechanikai energiamegmaradás:

$$mgH = \frac{1}{2} m v_1^2 ,$$

ebből: $$v_1 = \sqrt{2gH}$$

Az ütközésre igaz az impulzusmegmaradás:

$$m v_1 + M \cdot \phi = (M+m)\, v_{közös} ,$$

ebből: $$v_{közös} = \frac{m}{M+m} v_1 = \frac{m}{M+m}\sqrt{2gH} = \underline{\underline{0{,}89 \ \frac{m}{s}}}$$

b.) Az általános energiamegmaradás szerint:

$$\underbrace{mgH}_{E_{mech}^{kezdeti}} = \underset{\substack{\uparrow \\ hő}}{Q} + \underbrace{\frac{1}{2}(M+m)\, v_{közös}^2}_{E_{mech}^{végső}} ,$$

ebből:

$$Q = mgH - \frac{1}{2}(M+m)\left(\frac{m}{M+m}\right)^2 \cdot 2gH$$

$$Q = mgH\left[1 - \frac{m}{M+m}\right] = mgH \cdot \frac{M}{M+m}$$

$$Q = \underline{\underline{3{,}92 \ J}}$$

F5. Rugalmas ütközés ⟶ érvényes az <u>impulzusmegmaradás</u>

és a <u>mech. energiamegmaradás</u> is

ütközés előtt ütközés után

impulzusmegmaradás: $$m_1 v_0 = m_2 v - m_1 v \qquad (1)$$

mech. energiamegmaradás: $$\cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v_0^2 = \cancel{\tfrac{1}{2}} m_1 v^2 + \cancel{\tfrac{1}{2}} m_2 v^2 \qquad (2)$$

Az (1) egyenletből $v = \dfrac{m_1}{m_2 - m_1} v_0$, ezt beírva (2)-be:

$$\cancel{m_1} \cancel{v_0^2} = (m_1 + m_2) \frac{m_1^{\cancel{2}}}{(m_2 - m_1)^2} \cancel{v_0^2}$$

Rendezve:

$$m_2^2 - 2m_1 m_2 + \underset{\sim}{m_1^2} = \underset{\sim}{m_1^2} + m_2 m_1$$

$$m_2^2 = 3 m_1 m_2$$

$$\underline{\underline{m_2 = 3 m_1}}$$

F6.

Abban a pillanatban, amikor a rugó hossza maximális, a két test egymáshoz viszonyított sebessége nulla, azaz együtt mozognak. Impulzusmegmaradás:

$$mv + m \cdot \emptyset = 2m\, v_{közös} \rightarrow v_{közös} = \frac{v}{2}.$$

A rugóban tárolt energiát a mech. energiamegmaradásból kapjuk:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} \cdot 2m \left(\frac{v}{2}\right)^2 + E_{rug} \rightarrow E_{rug} = \frac{1}{4} m v^2.$$

A megnyúlás: $$E_{rug} = \frac{1}{2} D \Delta l^2 = \frac{1}{4} m v^2 \rightarrow \Delta l = \sqrt{\frac{m v^2}{2D}} = \underline{\underline{4{,}5 \text{ cm}}}$$