



1. FELADAT. (2+2+1+1p) Mutassuk meg, hogy az

$$f(x, y) = y \cos(xy^2)$$

függvény $P = (\pi/2, 1)$ pontbeli gradiensvektora

$$\text{grad}f(\pi/2, 1) = (-1, -\pi)!$$

Adjuk meg a P pontban az $f(x, y)$ függvény érintősíkjának egyenletét, a $\underline{v} = (1, -1)$ irányhoz tartozó iránymenti deriváltját, és adjunk meg olyan vektort, amely irányában az iránymenti derivált maximális!

2. FELADAT. (3+3p) Adjuk meg az $f(x, y) = x\sqrt{x^2 + y^2}$ függvény origóbeli parciális deriváltjait! Totálisan deriválható-e a függvény az origóban?

3. FELADAT. (6p) Határozzuk meg, hogy hol és milyen lokális szélsőértékei vannak az $f(x, y) = 4xy + x^4 + y^4$ függvénynek!

4. FELADAT. (6p) Adjuk meg az $f(x, y) = xy(12 - x - y)$ függvény legnagyobb és legkisebb értékét és ezek helyét a $[0, 8] \times [0, 8]$ négyzeten!

5. FELADAT. (6p) Tekintjük az alábbi kettősintegrált!

$$\int_0^\pi \int_x^\pi \frac{\sin y}{y} dy dx$$

Rajzoljuk fel az integrálási tartományt, térjünk át x -tengelyre vonatkozó normáltartományról y -tengelyre vonatkozóra, és számítsuk ki az integrál értékét!



1. FELADAT. (2+2+1+1p) Mutassuk meg, hogy az

$$f(x, y) = x \cos(x^2y)$$

függvény $P = (1, \pi/2)$ pontbeli gradiensvektora

$$\text{grad}f(1, \pi/2) = (-\pi, -1)!$$

Adjuk meg a P pontban az $f(x, y)$ függvény érintősíkjának egyenletét, a $\underline{v} = (-1, 1)$ irányhoz tartozó iránymenti deriváltját, és adjunk meg olyan vektort, amely irányában az iránymenti derivált maximális!

2. FELADAT. (3+3p) Adjuk meg az $f(x, y) = y\sqrt{x^2 + y^2}$ függvény origóbeli parciális deriváltjait! Totálisan deriválható-e a függvény az origóban?

3. FELADAT. (6p) Határozzuk meg, hogy hol és milyen lokális szélsőértékei vannak az $f(x, y) = 4xy - x^4 - y^4$ függvénynek!

4. FELADAT. (6p) Adjuk meg az $f(x, y) = xy(18 - x - y)$ függvény legnagyobb és legkisebb értékét és ezek helyét a $[0, 12] \times [0, 12]$ négyzeten!

5. FELADAT. (6p) Tekintsük az alábbi kettősintegrált!

$$\int_0^1 \int_x^1 \frac{e^y - 1}{y} dy dx$$

Rajzoljuk fel az integrálási tartományt, térjünk át x -tengelyre vonatkozó normáltartományról y -tengelyre vonatkozóra, és számítsuk ki az integrál értékét!